D. Merkt **Vortragsübung 3** WS 19/20

Besprechung am 31.10.19

Aufgabe 7: *Vollständige Induktion*

Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden Aussagen mit vollständiger Induktion.

7.1 Es gilt $n! > 7^n$ für $n \geq N \in \mathbb{N}$.

7.2 In einem konvexen n -Eck ($n \geq 3$) ist die Winkelsumme der Innenwinkel $(n-2) \cdot 180°$.

7.3 Die Fibonaccifolge ist rekursiv definiert durch $f_{i+2} = f_{i+1} + f_i$ mit $f_1 = f_2 = 1$ und $i \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right).$$

7.4 Sei M_n eine n - elementige Menge. Zeigen Sie, dass $|\operatorname{Pot}(M_n)| = 2^n$ gilt.

Aufgabe 8: *Ordnungsrelation*

Sei R ein Ordnungsrelation auf $M := \{a, b, c\}$ mit paarweise verschiedenen Elementen und $(b, a), (a, c) \in R$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

8.1 $(a, a) \in R$ **8.2** $(c, a) \in R$ **8.3** $(b, c) \in R$ **8.4** $(c, b) \notin R$

Aufgabe 9: *Eine Äquivalenzrelation auf* $\mathbb{Z}^2$

Eine Relation auf $\mathbb{Z}^2$ sei gegeben durch:

$$\big((x_1, y_1) \sim (x_2, y_2)\big) \quad :\Leftrightarrow \quad \big(x_1 + y_2 = x_2 + y_1\big)$$

9.1 Zeigen Sie, dass es sich um eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{Z}^2$ handelt.

9.2 Geben Sie die Äquivalenzklassen $[(1,2)]_{(\sim)}$, $[(-3,0)]_{(\sim)}$ und $[(1,1)]_{(\sim)}$ in Mengenschreibweise an und skizzieren Sie diese.

9.3 Beschreiben Sie die Menge $\mathbb{Z}^2/(\sim)$ in Worten.
Geben Sie eine bijektive Abbildung $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}^2/(\sim)$ an.