28.06.21-1

Bsp

Es ist die komplexe Konjugation

$$\mathbb{C} \xrightarrow{c} \mathbb{C}$$

$$z = a+bi \longmapsto c(z) = \bar{z} = a-bi$$

ein <u>Körperautomorphismus über $\mathbb{R}$</u>

* <u>c ist Körpermorphismus:</u>

- Es ist $c(1) = \bar{1} = 1$
- Es ist $c(z+w) = \overline{z+w}$

$$= \bar{z} + \bar{w} = c(z) + c(w)$$

für $z, w \in \mathbb{C}$

- Es ist $c(z \cdot w) = \overline{z \cdot w}$

$$= \overline{z} \cdot \overline{w} = c(z) \cdot c(w)$$

für $z, w \in \mathbb{C}$

Diese Eigenschaften sind aus der Analysis bekannt.

* c ist bijektiv:

$$(c \circ c)(z) = \overline{\overline{z}} = z \quad \text{für } z \in \mathbb{C}.$$

$\Rightarrow \quad c \circ c = \mathrm{id}_{\mathbb{C}}$

$\Rightarrow$ c hat sich selbst als Umkehrabbildung

$\Rightarrow$ c ist bijektiv

* c ist ein Körperautomorphismus:

Es ist c ein Körpermorphismus, der bijektiv ist und von $\mathbb{C}$ wieder nach $\mathbb{C}$ abbildet.

* c ist ein Körperautomorphismus über $\mathbb{R}$:

Es ist c ein Körperautomorphismus mit $c(a) = \bar{a} = a$ für $a \in \mathbb{R}$

$$\begin{tikzcd}
z \arrow[rr, mapsto] & & \bar{z} \\
\mathbb{C} \arrow[rr, "c"] & & \mathbb{C} \\
& \mathbb{R} \arrow[ul, no head] \arrow[ur, no head] &
\end{tikzcd}$$