M. Künzer Abgabe bis Di 16.06.20

Algebra für Lehramt, SoSe 20

Blatt 7

Aufgabe 25

(1) Man bestimme $\mathrm{Syl}_2(\mathrm{D}_{10})$ und $\mathrm{Syl}_5(\mathrm{D}_{10})$.

(2) Man bestimme $\mathrm{Syl}_2(\mathrm{D}_{12})$ und $\mathrm{Syl}_3(\mathrm{D}_{12})$.

Man bestätige in jedem Fall die Aussagen von Satz 141.(3) – auch dann, als Wiederholung, wenn man sie schon während der Konstruktion verwendet hat.

Aufgabe 26

(1) Man konstruiere eine nichtabelsche Gruppe G der Ordnung 21 als Untergruppe von S_7 .

(2) Man bestimme $\mathrm{Syl}_3(G)$ und $\mathrm{Syl}_7(G)$.

Man bestätige in beiden Fällen die Aussagen von Satz 141.(3).

(3) Sei H eine Gruppe von Ordnung $|H| = 21$. Man zeige, daß $H \simeq G$ oder $H \simeq \mathrm{C}_7 \times \mathrm{C}_3$ ist.

Aufgabe 27 Sei $A \in \mathbb{Z}^{m\times n}$. Man finde $S \in \mathrm{GL}_m(\mathbb{Z})$ und $T = \mathrm{GL}_n(\mathbb{Z})$ derart, daß $SAT = D$ ist mit $D = \sum_{i\in[1,k]} x_i\, \mathrm{e}_{i,i}$, wobei $k \geqslant 0$, wobei $x_i \in \mathbb{Z}^\times$ und wobei $(x_1) \supseteq (x_2) \supseteq \ldots \supseteq (x_k)$.

(1) $A = \begin{pmatrix} -14 & 6 \\ -2 & 2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$.

(2) $A = \begin{pmatrix} -4 & 11 & 13 \\ -4 & 10 & 10 \\ -8 & 20 & 20 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 28

Man bestimme alle abelschen Gruppen der Ordnung n bis auf Isomorphie.
Man weise dabei auch nach, daß die aufgelisteten Gruppen paarweise nichtisomorph sind.

(1) $n = 16$.

(2) $n = 36$.

(3) $n = 91$.

(4) $n = 32$.