

Blatt 8

Vortragsübungen

Aufgabe 26 Berechnen Sie folgendes Integral.

$$\int \frac{x^6 + 2x^5 + 2x^4 + x^3 + x - 1}{x^4 + x^3} dx$$

Aufgabe 27

- (1) Seien 1000 Euro zu 2% Jahreszins angelegt. Sei die Zeiteinheit 1 Jahr gewählt. Sei eine jährliche Sparrate von 120 Euro vereinbart, die zwischen den vollen Jahren anteilig berechnet werde. Bestimmen Sie die Kapitalfunktion $K(t)$ und die Wachstumsrate $R_K(t)$.
- (2) Sei die Nachfrage nach einem Produkt in Abhängigkeit vom Stückgewinn gegeben durch

$$f : \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto f(x) := \frac{100}{(x+1)^{\frac{3}{2}}}.$$

Für welchen Stückgewinn x_0 wird der Gewinn $G(x)$ maximiert? Geben Sie den maximalen Gewinn $G(x_0)$ und die zugehörige Nachfrage $f(x_0)$ an.

Aufgabe 28 Betrachten Sie $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto f(x) := e^{\frac{1}{2}x^2}$.

- (1) Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_2(x)$ zweiter Ordnung von f im Punkt 0.
- (2) Zeigen Sie, dass $|f(x) - T_2(x)| \leq \frac{2}{3}e^{\frac{1}{2}}|x|^3$ für $x \in [-1, 1]$.

Aufgabe 29 Sei $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \mapsto f(x, y) := x^3 - xy^2 - y^3 + 2xy + 2x + 5$

- (1) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla_f(x, y)$ und die Hessematrix $H_f(x, y)$.
- (2) Berechnen Sie die zweite Näherung an f im Punkt $(1, 0)$.