

Blatt 8

Platzaufgaben

Platzaufgabe 24 Sei

$$f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \mapsto x^2 + 2xy$$

und

$$g : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \mapsto y^2 - x.$$

- (1) Berechnen Sie $\nabla_f(x, y)$ und $\nabla_g(x, y)$.
- (2) Welche der folgenden Punkte sind Flachstellen von f unter der Nebenbedingung $g = 0$?
Welche sind lokale Minimalstellen und welche sind lokale Maximalstellen unter der Nebenbedingung $g = 0$?

$$(0, 1), \quad \left(\frac{9}{4}, -\frac{3}{2}\right), \quad \left(\frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right)$$

Platzaufgabe 25 Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto 2x + 2y + 2z,$$

$$g_1 : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto x^2 + y^2 - \frac{5}{4}$$

und

$$g_2 : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto y^2 + z^2 - \frac{5}{4}.$$

- (1) Berechnen Sie $\nabla_f(x, y, z)$, $\nabla_{g_1}(x, y, z)$ und $\nabla_{g_2}(x, y, z)$.
- (2) Welche der folgenden Punkte sind Flachstellen von f unter der Nebenbedingung $g := (g_1, g_2) = 0$?
Welche sind lokale Minimalstellen und welche sind lokale Maximalstellen unter der Nebenbedingung $g = 0$?

$$\left(1, 1, \frac{1}{2}\right), \quad \left(1, \frac{1}{2}, 1\right), \quad \left(1, \frac{1}{2}, 0\right)$$

Blatt 8

Hausaufgaben

Hausaufgabe 29 Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto x^2y^2 + 2x^2 + z + x^2z$$

und

$$g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto x^2 + y^2 + z.$$

- (1) Berechnen Sie $\nabla_f(x, y, z)$ und $\nabla_g(x, y, z)$ für $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$.
- (2) Berechnen Sie alle Flachstellen von f unter der Nebenbedingung $g = 0$.
- (3) Unter der Nebenbedingung $g = 0$, welche lokalen Minimalstellen, welche lokalen Maximalstellen und welche Sattelpunkte hat f ?

Hausaufgabe 30 Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto 2x^2y^2 + zy^2 - 22y^2 - 7x^2,$$

$$g_1 : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto x^2 - 4 + z, \quad g_2 : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto 2x - y^2 + 4.$$

- (1) Berechnen Sie $\nabla_f(x, y, z)$, $\nabla_{g_1}(x, y, z)$ und $\nabla_{g_2}(x, y, z)$ für $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$.
- (2) Welche der folgenden Punkte sind Flachstellen von f unter der Nebenbedingung $g := (g_1, g_2) = 0$?
Unter der Nebenbedingung $g = 0$, welche sind lokale Minimalstellen und welche sind lokale Maximalstellen?

$$(-2, \sqrt{7}, 0), \quad (3, \sqrt{10}, -5)$$

Hausaufgabe 31 Sei

$$f : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z, w) \mapsto x^2y + zwy,$$

$$g_1 : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z, w) \mapsto x^2 + xy, \quad g_2 : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z, w) \mapsto zw + zy + wy - 12.$$

- (1) Berechnen Sie $\nabla_f(x, y, z, w)$, $\nabla_{g_1}(x, y, z, w)$ und $\nabla_{g_2}(x, y, z, w)$ für $(x, y, z, w) \in \mathbf{R}^4$.
- (2) Welche der folgenden Punkte sind Flachstellen von f unter der Nebenbedingung $g := (g_1, g_2) = 0$?
Unter der Nebenbedingung $g = 0$, welche sind lokale Minimalstellen und welche sind lokale Maximalstellen?

$$(0, 2, 2, 2), \quad (0, -2, -2, -2), \quad (1, -1, -1, -\frac{11}{2})$$