

Name:

Gottwald, Künzer, Ritter

Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Test 3

Bearbeitungszeit: 60 Minuten.

Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.

Bewertung: Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–4**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

Aufgabe 1 (1 Punkt) Sei $f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto f(x) = 175 \cdot 0,95^{x-1}$.

Berechnen Sie die Elastizität von f .

$$E_f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto E_f(x) =$$

$$\ln(0,95) \cdot x$$

Aufgabe 2 (2 Punkte) Berechnen Sie das Taylorpolynom $t(x)$ um $x_0 := -6\pi$ in 2-ter Ordnung von

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto f(x) = \cos\left(\frac{x}{3}\right).$$

Taylorpolynom: $t(x) =$

$$1 - \frac{1}{18} (x + 6\pi)^2$$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Sei $A := \begin{pmatrix} -4 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

(1) Berechnen Sie die Hauptminoren von A .

$$M_1(A) =$$

$$-4$$

$$M_2(A) =$$

$$7$$

$$M_3(A) =$$

$$-7$$

$$M_4(A) =$$

$$-21$$

(2) Untersuchen Sie A auf Definitheit.

Tragen Sie in **jeden** Kasten „ja“ oder „nein“ ein.

Ist A positiv definit?

nein

Ist A negativ definit?

nein

Bitte wenden →

Aufgabe 4 (5 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = -x^3 - 3xyz$$

und

$$g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto g(x, y, z) = 2z - 2y - zy - 12$$

(1) Berechnen Sie

$$\nabla_f(x, y, z) = \begin{pmatrix} -3x^2 - 3yz \\ -3xz \\ -3xy \end{pmatrix} \quad \nabla_g(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 - z \\ 2 - y \end{pmatrix}$$

(2) Bestimmen Sie $\rho_1 \in \mathbf{R}$ mit $\nabla_f(2, -2, 2) = \rho_1 \nabla_g(2, -2, 2)$.

$$\rho_1 = \boxed{3}$$

(3) Sei $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto F(x, y, z) := f(x, y, z) - \rho_1 g(x, y, z)$. Berechnen Sie

$$H_F(2, -2, 2) = \begin{pmatrix} -12 & -6 & 6 \\ -6 & 0 & -3 \\ 6 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

(4) Sei $N(2, -2, 2) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ die Matrix mit der Spalte $\nabla_g(2, -2, 2)$. Sei U eine Matrix, deren Spalten eine Basis von $\{u \in \mathbf{R}^{3 \times 1} : N(2, -2, 2)^t u = 0\}$ bilden. Berechnen Sie

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad U^t H_F(2, -2, 2) U = \begin{pmatrix} -12 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$$

(5) Welche der folgenden Charakterisierungen treffen auf die Stelle $(2, -2, 2)$ unter der Nebenbedingung $g = 0$ zu?

Tragen Sie an **jeder** Stelle der folgenden Tabelle „**ja**“ oder „**nein**“ ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelpunkt
$(2, -2, 2)$	ja	nein	ja	nein