

Liealgebren, SoSe 19

Blatt 12**Aufgabe 39 (3 Punkte)**

(2) Man bestimme eine Basis des Wurzelsystems (E, Ψ) aus (1).

Aufgabe 42 (4 Punkte)

Sei (E, Φ) ein Wurzelsystem. Seien $r, s \in \Phi$ mit $r \notin \{-s, +s\}$.

Man finde $a, b \in \mathbf{Z}$ mit $[a, b] = \{i \in \mathbf{Z} : r + is \in \Phi\}$.

Man bestätige $a + b = -\lfloor r, s \rfloor$.

Cf. Bemerkung 124.

(1) Man führe dies in einem Fall für das Wurzelsystem von Beispiel 112.(2) durch.

(2) Man führe dies in einem Fall für das Wurzelsystem von Aufgabe 39.(1) durch.

Aufgabe 44 (6+4 Punkte)

Sei (E, Φ) ein Wurzelsystem. Sei Δ eine Basis von (E, Φ) .

Zu zeigen ist folgendes.

(1) Sei $r \in \Phi_{\Delta}^+ \setminus \Delta$. Dann gibt es ein $d \in \Delta$ mit $r - d \in \Phi_{\Delta}^+$.

(2) Sei $r \in \Phi_{\Delta}^+$. Es gibt ein $k \geq 0$ und $e_1, \dots, e_k \in \Delta$ mit $r = \sum_{i \in [1, k]} e_i$ und $\sum_{i \in [1, j]} e_i \in \Phi_{\Delta}^+$ für alle $j \in [1, k]$.

Aufgabe 48 (Bonus) Man zeige, daß jede der in der Liste der Klassifikation, Satz 162, auftretenden Isoklassen dynkingerichteter Graphen die Dynkinklasse eines einfachen Wurzelsystems ist. (Hinweis siehe Skript.)