

**Blatt 4**

## Platzaufgaben

**Platzaufgabe 11**

- (a) Berechnen Sie  $\sum_{k=3}^5 k$  und  $\prod_{k=3}^5 k$ .
- (b) Berechnen Sie  $\binom{12}{4}$ .
- (c) Berechnen Sie  $(1 + \sqrt{3})^6 + (1 - \sqrt{3})^6$  mit dem binomischen Lehrsatz.
- (d) Berechnen Sie  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k$  für  $n \in \mathbb{N}$ .
- (e) Ist  $\sum_{k=2}^4 a_k = \sum_{k=3}^5 a_{k-1}$  für  $a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{R}$ ?
- (f) Berechnen Sie  $\sum_{k=1}^n \left( \frac{k+1}{2^{k+1}} - \frac{k}{2^k} \right)$  für  $n \in \mathbb{N}$ .

**Platzaufgabe 12**

- (a) Bestimmen Sie  $\text{ggT}(140, 196)$  mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.  
Finden Sie  $s, t \in \mathbb{Z}$  mit  $\text{ggT}(140, 196) = s \cdot 140 + t \cdot 196$ .
- (b) Bestimmen Sie  $\text{ggT}(140, 196)$  mit Hilfe der Primfaktorzerlegung.

**Platzaufgabe 13**

- (a) Schreiben Sie 179 in Binärdarstellung und in Hexadezimaldarstellung.
- (b) Schreiben Sie  $110001101_2$  in Hexadezimaldarstellung.

## Mathematik 1 für inf, swt, msv

**Blatt 4**

## Hausaufgaben

**Hausaufgabe 13** Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen für alle  $n \in \mathbb{N}$  und  $a_j \in \mathbb{R}$  mit  $0 \leq j \leq 2n + 1$  wahr sind.

$$(a) \quad a_1 \cdot \prod_{k=4}^{n+3} a_{2k-5} = \prod_{k=0}^n a_{2k+1}$$

$$(b) \quad \sum_{k=1}^{2n+1} a_k - \sum_{k=1}^n a_{2k} = \sum_{k=0}^n a_{2k+1}$$

$$(c) \quad \sum_{k=0}^n a_k + \sum_{k=n}^{2n+1} a_k = \sum_{k=0}^{2n+1} a_k$$

$$(d) \quad \sum_{k=0}^{2n+1} \left( (-1)^k a_k + 2 \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)^2 a_k \right) = \sum_{k=0}^{2n+1} a_k$$

**Hausaufgabe 14**

$$(a) \quad \text{Sei } n \in \mathbb{Z}_{\geq 3}. \text{ Berechnen Sie } \sum_{k=3}^n \frac{\sqrt{k+1} - 2\sqrt{k}}{2^{k+1}}.$$

$$(b) \quad \text{Seien } a, b \in \mathbb{R} \text{ und } n \in \mathbb{N}. \text{ Zeigen Sie } a^n - b^n = (a - b) \left( \sum_{k=1}^n a^{k-1} b^{n-k} \right).$$

**Hausaufgabe 15**

(a) Berechnen Sie  $\text{ggT}(1173, 555)$  mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus. Finden Sie  $s, t \in \mathbb{Z}$  mit  $\text{ggT}(1173, 555) = s \cdot 1173 + t \cdot 555$ .

(b) Bestimmen Sie  $\text{ggT}(1173, 555)$  mit Hilfe der Primfaktorzerlegung.

$$(c) \quad \text{Sei } n \in \mathbb{N}. \text{ Bestimmen Sie } \text{ggT} \left( \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k, \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 4^k \right).$$

**Hausaufgabe 16** Gegeben sind  $a := 1170$  und  $b := 270$ .

(a) Schreiben Sie  $a$  und  $b$  in Binärdarstellung und in Hexadezimaldarstellung.

(b) Bestimmen Sie Primfaktorzerlegungen von  $a$  und  $b$  und geben Sie  $\text{ggT}(a, b)$  an.

(c) Bestimmen Sie die Primfaktorzerlegung von  $a^3 \cdot b^2 \cdot \binom{b}{2}$ .