

Blatt 5

Aufgabe 10 Sei $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto 3 \ln(x) - x$.

- (1) Man skizziere den Graphen von f .
- (2) Mit $\Phi(x) := x - \frac{f(x)}{f'(x)}$ bestimme man $\Phi''(x)$.
- (3) Man bestimme $a < a' < b' < b$ und eine Anfangsstelle $c \in [a, b]$, für welche das Newtonverfahren sicher gegen eine Nullstelle $z \in [1, 3]$ konvergiert.
- (4) Man führe für diese Anfangsstelle c das Newtonverfahren (erster Ordnung) durch.
- (5) Man führe für diese Anfangsstelle c das Newtonverfahren zweiter Ordnung durch.
- (6) Man führe für diese Anfangsstelle c das Newtonverfahren dritter Ordnung durch.
- (7) Man vergleiche die Konvergenzgeschwindigkeiten in (4, 5, 6).

Aufgabe 11 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \sin(x)$.

Folgende Fragen seien experimentell zu untersuchen, nicht mit abgesicherten Aussagen.

- (1) Gibt es eine Anfangsstelle $c \in \mathbb{R}$, für welche das Newtonverfahren zweiter Ordnung gegen die Nullstelle $z = 0$ konvergiert, das Newtonverfahren erster Ordnung aber nicht?
- (2) Gibt es eine Anfangsstelle $c \in \mathbb{R}$, für welche das Newtonverfahren dritter Ordnung gegen die Nullstelle $z = 0$ konvergiert, das Newtonverfahren zweiter Ordnung aber nicht?