Bsp Sei $n = 20$.

- $$\varphi(20) = \varphi(4\cdot 5) \underset{\mathrm{ggT}(4,5)=1}{=} \varphi(4)\cdot\varphi(5)$$

$$= \varphi(2^2)\cdot\varphi(5^1)$$

$$= 2^{2-1}\cdot(2-1)\cdot 5^{1-1}\cdot(5-1)$$

$$= 2\cdot 1\cdot 1\cdot 4 = 8$$

- Es gibt $\varphi(20) = 8$ zu 20 teilerfremde Zahlen in $[1, 20]$:

$\boxed{1}$ $\cancel{2}$ $\boxed{3}$ $\cancel{4}$ $\cancel{5}$ $\cancel{6}$ $\boxed{7}$ $\cancel{8}$ $\boxed{9}$ $\cancel{10}$

$\boxed{11}$ $\cancel{12}$ $\boxed{13}$ $\cancel{14}$ $\cancel{15}$ $\cancel{16}$ $\boxed{17}$ $\cancel{18}$ $\boxed{19}$ $\cancel{20}$

- Es ist $|\mathcal{U}(\mathbb{Z}/(20))| = \varphi(20) = 8$, schon weil

$$\mathcal{U}(\mathbb{Z}/(20)) = \{1, 3, 7, 9, \overset{-9}{11}, \overset{-7}{13}, \overset{-3}{17}, \overset{-1}{19}\}$$

- Es ist

$$\deg\left(\Phi_{20}(X)\right) = \varphi(20) = 8$$

- Es ist

$$[\mathbb{Q}(\zeta_{20}) : \mathbb{Q}] = \varphi(20) = 8$$

<u>Bsp</u> Es war $\mathbb{F}_9 = \mathbb{F}_3[X]/(X^2+1)$,

wobei mit $\iota := X + (X^2+1)$

galt: $\mathbb{F}_9 = \mathbb{F}_3(\iota) = \{a + b\iota : a, b \in \mathbb{F}_3\}$,

$$\iota^2 = -1$$

$$3 = 0$$

Es ist $\mathbb{F}_9 \mid \mathbb{F}_3$ <u>kein</u> algebraischer Abschluss, da $\mathbb{F}_9$ <u>nicht</u> algebraisch abgeschlossen ist: z. B. hat $X^2 + \iota + 1 \in \mathbb{F}_9[X]$ keine Nullstelle in $\mathbb{F}_9$, da ...

$$\ldots \{ \xi^2 : \xi \in \mathbb{F}_9 \}$$

$$= \{ 0^2, 1^2, (-1)^2, \\ \iota^2, (\iota+1)^2, (\iota-1)^2, \\ (-\iota)^2, (-\iota+1)^2, (-\iota-1)^2 \}$$

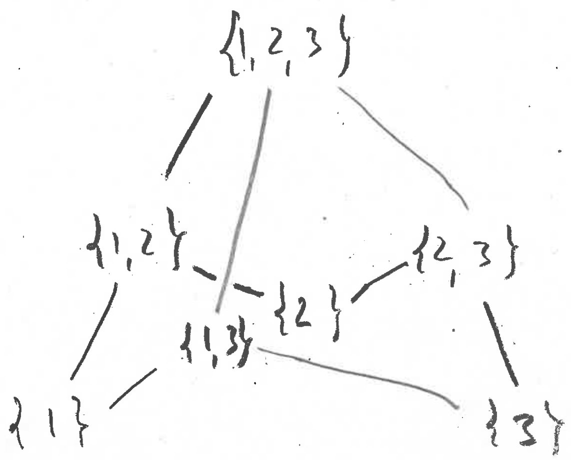
$$= \{ 0, 1, 1, \\ -1, -\iota, \iota, \\ -1, \iota, -\iota \}$$

$$= \{ 0, 1, -1, \iota, -\iota \} \not\ni -\iota - 1 .$$

Wäre $\mathbb{F}_9$ algebraisch abgeschlossen, dann müsste aber jedes Polynom von Grad ≥ 1 in $\mathbb{F}_9[X]$ eine Nullstelle in $\mathbb{F}_9$ haben.

Das ist aber nicht der Fall.

<u>Bsp</u> Wir betrachten das Poset $X := \mathrm{Pot}(\{1,2,3\}) \setminus \{\emptyset\}$ mit $(\subseteq)$ als Relation.



Es ist X nicht linear geordnet, da $\{1,2\}$ und $\{2,3\}$ nicht vergleichbar sind.

Es ist $\{1\}$ minimal, aber nicht initial.

Es ist $\{1,2,3\}$ terminal, also auch maximal.

Es sind $\{\{1\},\{1,3\},\{1,2,3\}\}$ und $\{\{3\},\{1,2,3\}\}$ Ketten in X.