

Thesen zur Lücke zwischen der Mathematik in Schule und Hochschule

(anlässlich der Tagung 29.5.-31.5.2017 in Münster, organisiert von der gemeinsamen Kommission von DMV/GDM/MNU zum Übergang Schule – Hochschule)

W.Kühnel (Universität Stuttgart)

Eine gewisse Lücke zwischen der sogenannten Schulmathematik und der sogenannten Hochschulmathematik wird es immer gegeben haben. Schon Felix Klein hatte das beklagt.¹ Genauso wird es wohl zwischen dem Deutschunterricht und dem Germanistikstudium auch eine Lücke gegeben haben, analog beim Geschichtsunterricht und dem Geschichtsstudium. Man konnte aber wohl davon ausgehen, dass nur diejenigen ein Studium der betreffenden Fächer aufnahmen, die in diesem Fach überdurchschnittlich interessiert und überdurchschnittlich leistungsfähig waren. Die sogenannte generelle "Studierfähigkeit" zumindest der Abiturienten mit mittleren und guten Noten stand eigentlich nie in Frage. Jetzt steht sie doch in Frage, besonders – aber nicht nur – hinsichtlich der Mathematik, vgl. [KAS 2016; S.10 ff.]. Die Mathematik ging immer ein in andere sog. MINT-Fächer, aber die Zahl dieser MINT-Fächer ist gewachsen, und auch der Mathematikanteil ist tendenziell gewachsen. Insbesondere gibt es jetzt Mathematikanteile in Disziplinen wie Volkswirtschaft, Psychologie und andere, bei denen das früher anders war. Die Informatik ist hinzugekommen und braucht auch eine gewisse Mathematik, zumindest ein gewisses mathematisch-logisches Denken und Schließen.

Hier entsteht ein Problem, wenn Abiturienten Fächer studieren, für die sie nicht genug Interesse oder nicht genug fachliche Vorbildung mitbringen, ganz besonders bei der Mathematik als Nebenfach etwa im Ingenieursstudium. Gegenläufig dazu hat man die anderen MINT-Fächer (etwa Physik) in der Schule zum Abwählen freigegeben, die Stunden reduziert, die Mathematik-Inhalte reduziert (und auf sog. Alltagsmathematik gelenkt, möglichst mit wenig Kalkül und wenig innermathematischer Theorie) und dann auch noch ein Jahr beim Gymnasium weggenommen. Ebenso hat man so viel Werbung für Bildung gemacht, dass inzwischen über 50 % eines Jahrgangs eine Hochschulzugangsberechtigung haben, nur teilweise mit einem wirklichen Abitur. Von Politikern angestrebt werden offenbar noch höhere Zahlen (in Frankreich strebte man unter dem sozialistischen Bildungsminister Jospin 80 % an und hat 70 % wohl sogar erreicht).

THESE 1: Man hat Schulreformen durchgeführt, die miteinander nicht kompatibel sind, die sich gegenseitig stören und die die Studierfähigkeit negativ beeinflussen.

Als Zeugen zitiere ich zum einen den langjährigen Kultusminister Jürgen Zöllner (SPD). Er hat in einem Interview [Zöllner 2011] am Ende seiner Amtszeit schließlich folgendes zugegeben:

DIE ZEIT: *Was hat die Bildungspolitik falsch gemacht?*

Zöllner: *Die Schulzeitverkürzung am Gymnasium war ein Fehler. Wir können nicht einerseits wollen, dass mehr junge Menschen Abitur machen, und gleichzeitig die Schuljahre verringern. Das konnte nicht ohne extreme Probleme funktionieren.*

DIE ZEIT: *Wieso haben es dennoch fast alle gemacht?*

Zöllner: *Vielleicht weil sie dachten, dass es billiger kommt, was ein Trugschluss ist, die Stunden müssen ja trotzdem gegeben werden.*

Als zweiten Zeugen zitiere ich Harald Lesch in "Forschung & Lehre" 11/2016. Auf Seite 3 heißt es:

"Die Veränderung an der Uni mit Bachelor und Master ist schon sehr schnell – aber in der Schule ist diese Beschleunigung ja noch stärker. Man erlebt, dass die Studierfähigkeit systematisch nachgelassen hat. Wenn man Eltern, Lehrer oder Schüler fragt, merkt man, dass niemand mit diesem System zufrieden ist. Wirklich niemand. Fragt man allerdings in Schulämtern nach, sind die ganz gelassen und finden die Schulreformen großartig. Da werden ständig Erfolgsmeldungen propagiert. Das gilt für den Bologna-Prozess ... genauso."

¹Allerdings war die *doppelte Diskontinuität* wohl nur auf den Werdegang der Mathematiklehrer gemünzt. Es ist nicht überliefert, ob Felix Klein sich auch mit Studenten abgeben musste, die keine Bruchrechnung beherrschten. Ebenso ist höchst unklar, was Felix Klein von der heutigen Didaktik, heutigen Bildungsplänen und Schulbüchern sowie den heutigen Abituraufgaben gehalten hätte.

Den negativen Einfluss von G8 hat auch die Gemeinsame Kommission zum Übergang Schule – Hochschule festgestellt.² Schließlich könnte man noch das chaotische Hin und Her zum G8/G9-Gymnasium anführen, das nur Unruhe und kaum etwas Positives in die Schulen getragen hat. Man fragt sich ernsthaft, in wessen Interesse dieses Hin und Her stattfindet. Immerhin ist das ein Beispiel, wo naive Schulreformer sehr schnell auf die Nachteile ihrer Reform aufmerksam wurden. Bei anderen Reformen dauert das länger.

THESE 2: Die Ansprüche im Mathematik-Abitur sind tendenziell gesunken, wenngleich nicht in allen Bundesländern in gleicher Weise.

Als Zeugen benenne ich den Mathematikdidaktiker Andreas Filler (HU Berlin), der in einem Interview [Filler 2016] eingeräumt hat:

“Was den Schwierigkeitsgrad der Abitur-Prüfung betrifft, würde ich tendenziell eher einen sinkenden Schwierigkeitsgrad innerhalb der letzten Jahre oder wenigen Jahrzehnte feststellen, wobei man hier auch immer sehr zwischen den Bundesländern differenzieren muss.”

“Thüringische Abituraufgaben sind erstens zum größeren Teil noch, sagen wir mal, reine Mathematikaufgaben, während hingegen Hamburg oder auch Berlin nur noch Aufgaben stellt, die in mehr oder weniger sinnlose – in Anführungszeichen – Anwendungskontexte eingebettet sind.”

Damit wird bestätigt, was fünf respektlose Autoren schon vor Jahren zum Hamburger Mathematikabitur geschrieben hatten [Jahnke et al. 2014].

THESE 3: Die Ausweitung der Hochschulzugangsberechtigung hat (im statistischen Mittel) die Studierfähigkeit der Studenten herabgesetzt.

Auch wenn eine gewisse Durchlässigkeit des herkömmlichen Schulsystems erwünscht sein mag, so rächt es sich doch, wenn man Etikettenschwindel betreibt und Abschlüsse de jure für äquivalent erklärt, die es de facto nicht sind. Als Zeugen benenne ich den Bericht des HIS [Heublein et al. 2009], in dem es auf S. 65–67 heißt:

“So haben 82 % der Absolventen und nur 62 % der Studienabbrecher ihre Hochschulzugangsberechtigung am Gymnasium erworben. Studienabbrecher haben im Gegensatz zu den Absolventen ihre Hochschulberechtigung vor allem häufiger an einem Fachgymnasium oder einer Fachoberschule erworben. Jeweils jeder zehnte Studienabbrecher gibt an, auf diesem Weg zum Studium gekommen zu sein. Unter den Absolventen trifft dies nur auf jeweils 4 % zu. Auch die Schüler von Abendgymnasien und Kollegs stellen unter den Studienabbrechern einen höheren Anteil als unter den Absolventen.” ...

“In Mathematik und Naturwissenschaften sowie in den Ingenieurwissenschaften zeigt sich die Bedeutung der schulischen Vorbereitung für das erfolgreiche Beenden eines Studiums besonders deutlich. In beiden Fächergruppen ist der Anteil der Studienabbrecher, die sich schlecht durch die Schule auf ihr Studium vorbereitet fühlen, etwa doppelt so hoch wie bei den Absolventen.”

Und auf S. 70 unten heißt es: *“Auffällig ist zunächst, dass fehlende Mathematikkenntnisse über alle Fächergruppen hinweg das Risiko eines Studienabbruchs erhöhen.”*

THESE 4: Die Lücke wurde noch vergrößert, indem ganz bewusst Schüler auch mit mangelhaften Mathematikkenntnissen aus der Sek. I in die Oberstufe versetzt wurden. Eine immer höhere Abiturquote kann es nicht ohne eine Absenkung des Anspruchsniveaus geben.

Hierbei verweise ich darauf, dass in unzähligen Dokumenten und Stellungnahmen gesagt wurde und wird, dass Mathematik als schwieriges und unbeliebtes Fach gilt und am häufigsten zum Sitzenbleiben bzw. zu mangelhaften Noten geführt hat. Wie man mit diesen mangelhaften Noten in der Praxis dann umgeht, zeigt ein Beispiel aus Berlin [Sek I-VO 2016]: Nach Klasse 10 und bestandener MSA kann man am G8-Gymnasium mit einer 5 in Mathematik und einer 3 in einem anderen Kernfach (etwa Englisch) in die 2-jährige

²<https://www.mathematik.de/presse/1540-kommission-zum-uebergang-schule-hochschule>

Oberstufe versetzt werden (bei ansonsten ausreichenden Noten). Selbst eine zweite 5 kann durch eine weitere 3 ausgeglichen werden. Sogar eine 6 kann prinzipiell ausgeglichen werden, aber nicht in einem Kernfach. Zur fortschreitenden Aufweichung der Kriterien siehe auch [Tagesspiegel 2016]. Wenn man dann noch die vielen Schüler betrachtet, die mangels Leistung bzw. kognitiver Fähigkeiten früher nie auf ein Gymnasium gekommen wären und heute dennoch eine Hochschulzugangsberechtigung haben, dann ist es logisch, dass die erhebliche quantitative Ausweitung der Abschlüsse (Abitur wie MSA) nicht ohne eine Senkung der Ansprüche funktionieren konnte. Ein verbesserter Unterricht allein konnte das unmöglich auffangen. Auch hierzu sagt Andreas Filler [Filler 2016]:

“Der Unterricht hat sich, denke ich, schon verändert in unterschiedlichem Maße. Tatsache ist es allerdings, wenn wir jetzt über Jahrzehnte betrachtet den Abiturientenanteil auf ein Mehrfaches steigern, das ohne Sinken des Anforderungsniveaus schwierig ist. Also der Unterricht wird sich nicht in dem Maße effektivieren lassen, um sozusagen bei gleichbleibendem Niveau aus einem Schulabschluss, der einstmals ein Eliteabschluss war, einen Massenabschluss zu machen.”

THESE 5: Unter vier Augen oder hinter vorgehaltener Hand hat fast jeder aus der weiteren mathematischen Fachwelt (Lehrer, Hochschullehrer) zugegeben, dass die Ansprüche gesenkt werden mussten und auch tatsächlich gesenkt wurden. Nur die Kultusminister, Bildungspolitiker und das IQB scheinen davon noch nie etwas gehört zu haben.

Zeugen benenne ich hier nicht³, aber Sie kennen sicher einige persönlich.

THESE 6: Die Lücke wurde auch vergrößert durch den sogenannte Paradigmenwechsel und die Ausrichtung des Mathematikunterrichts auf Alltagsmathematik sowie die sog. Kompetenzorientierung.

Historisch hat das eine Wurzel in der *realistic math. education*, die in Utrecht entwickelt wurde. Konkret veranlasst wurde es aber offenbar im Zuge der empirischen Vergleichsstudien, die angeblich die Notwendigkeit dafür begründeten. Es mag so gewesen sein, dass die getesteten 15-jährigen Schüler mit praktischen Aufgaben zur “math. literacy” nicht gut klarkamen. Aber statt in den Haupt- und Berufsschulen die Alltagsmathematik stärker zu betonen und im Unterricht zum Pflichtthema zu machen, hat man den Mathematikunterricht an den Gymnasien umgekrempelt und behauptet, auch die müssten sich jetzt vorwiegend der sog. Alltagsmathematik ohne viel lästige Theorie widmen. Das war ein Fehler: Die Gymnasiasten vor Jahrzehnten hatten mit diesen praktischen Aufgaben gar nicht so viele Schwierigkeiten, die Schwierigkeiten hatten die anderen. Gerade bei TIMSS/III haben die deutschen Gymnasiasten bei der Grundbildung gar nicht schlecht abgeschnitten, schwach waren aber die Absolventen der Berufsschulen. Auch bei PISA 2015 waren die Gymnasiasten bei der Mathematik im Durchschnitt um fast 100 Punkte (!) besser als die Nicht-Gymnasiasten. Paradoxerweise konnten also gerade die praktisch ausgerichteten jungen Leute die praktischen Aufgaben schlechter lösen als die mehr theoretisch ausgerichteten Gymnasiasten. Dann aber die gymnasiale Mathematik zu einer Art von “Hauptschulmathematik plus” zu entwickeln ist wohl absurd, wird aber gleichwohl als große Errungenschaft postuliert und gepriesen. Die eigentliche Mathematik bleibt dabei auf der Strecke, und die Hochschulen haben das Nachsehen.

THESE 7: Die Lücke betrifft vorwiegend den Stoff der Mittelstufe, ohne den der der Oberstufe aber eigentlich gar nicht behandelt werden kann.

Was ist denn bereits aktenkundig geworden? In dem Buch [Bausch et al. 2014] wird über die Schwierigkeiten in Vor- und Brückenkursen berichtet, die die Erstsemester zu Beginn des Studium haben. Ähnliches habe

³Das wird auch “verdächtig” häufig in Internet-Kommentaren zu Zeitungsartikeln so gesagt, z.B. im ersten Kommentar zu <http://www.tagesspiegel.de/berlin/anspruchsniveau-im-berliner-abitur-mathe-noten-besser-denn-je/19164782.html>, wo es wörtlich heißt: *Dass die Matheprüfungen seit Jahren immer einfacher werden, weiß jeder Mathelehrer, der lange genug dabei ist. Wir werden halt nicht gefragt, oder unser Eindruck wird als zu subjektiv abgetan. Wozu leistet man sich eigentlich eine Heerschar von teuren Experten, wenn man sie nicht zu Wort kommen lässt oder ignoriert?*

ich auch vom MINT-Kolleg in Baden-Württemberg gehört. Man ist sich weitgehend einig darin, dass gerade Kenntnisse fehlen, die die Mathematik der Sek. I betreffen, also Buchstabenrechnen, Klammerregeln, Umgehen mit Termen auch bei Brüchen und Rechenoperationen, Potenzgesetze und Wurzeln, quadratische Gleichungen, sinus und cosinus, Logarithmen und vieles andere mehr, auch die Prinzipien von Beweisen. In der Oberstufe wird dann Infinitesimalrechnung, analytische Geometrie und Wahrscheinlichkeitsrechnung gelehrt, ohne dass diese Grundkenntnisse solide vorhanden sind. Weil aber nicht zu viele durchfallen sollen, reduziert man dabei die Ansprüche und predigt die vielen Kompetenzen. Dieselbe Forderung wird jetzt an Hochschulen erhoben: Die Durchfallquote bzw. Abbrecherquote müsse gesenkt werden. Aber wie? Es ist wie der Versuch, ein Haus ohne tragendes Fundament aufzubauen nach dem Motto: Hauptsache, es sieht gut aus, und außerdem müssen wir ja die politischen Vorgaben erfüllen.

THESE 8: Die Hauptprobleme hinsichtlich der Lücke sind von den Vor- und Brückenkursen her eigentlich schon recht gut bekannt. Durch Eingangstests an den Hochschulen sind sie auch hinlänglich empirisch erwiesen. Ihre Existenz sowie ihre Natur sind somit "evidenzbasiert". Es fehlt aber offenbar jede Bereitschaft, die Ursachen dafür ernsthaft zu diskutieren und ggfs. abzustellen.

Als Zeugen verweise ich auf die Herausgeber von [Bausch et al. 2014], denn vier von ihnen sind hier in maßgeblicher Funktion anwesend. Auch sie versuchen in dem Buch nicht, eine Antwort auf die Frage "warum ist das so?" zu geben. Es wird vielmehr der Eindruck erweckt, das alles wäre über uns gekommen wie schlechtes Wetter. Ganz vage wird auf G8 und ein "Heterogenitätsproblem" verwiesen (sicher spielt das mit hinein, s. oben), aber ob der Paradigmenwechsel, die "Modellierungsaufgaben" und die Ausrichtung auf die Alltagsmathematik (quasi als "Hauptschulmathematik am Gymnasium") damit zu tun haben könnten, das scheint ein Tabuthema zu sein, vgl. dazu auch [Kühnel 2015]. Es besteht die Gefahr, dass man eine Krankheit heilen will allein durch Behandlung der Symptome statt der Ursachen.

Auch der sogenannte "Brandbrief" vom 17.3.2017 nebst seinem Presseecho [Tagesspiegel 2017] sowie dem Gegenbrief gehört dazu. Ohne die "Lücke" gäbe es den gar nicht. Die Mängel sind bekannt, aber die Diskussion über die Ursachen wird gerade von denen verweigert, die eigentlich dafür zuständig wären: Empiriker und Didaktiker. Kristina Reiss verkündete, die Studierfähigkeit von Abiturienten falle nicht in den Zuständigkeitsbereich der Schulen (obwohl das Abitur offiziell immer noch "Hochschulreife" heißt), und Petra Stanat verweist auf PISA, um die Kompetenzorientierung als Erfolgsmodell hinzustellen und jeder Kritik zu entziehen. Nun testet PISA nur 15-Jährige (mindestens drei Jahre vor dem Abitur) und wäre für die Studierfähigkeit eigentlich gar nicht maßgeblich, aber selbst PISA hat wahrgenommen, dass es mit der Mathematik an den Gymnasien nicht zum besten steht. Also kann ich PISA als Zeugen benennen, denn in [PISA 2015] steht auf S. 245:

"Insbesondere am Gymnasium ist die Situation in Bezug auf die Mathematik verbesserungsfähig: Die durchschnittliche mathematische Leistung insbesondere an dieser Schulart ist in den letzten Jahren kontinuierlich gesunken, die Leistungsspitze ist kleiner geworden. In PISA 2015 schaffen es nur noch 31 Prozent der Gymnasiastinnen und Gymnasiasten, die Anforderungen der oberen beiden Kompetenzstufen erfolgreich zu bewältigen, während es 2012 noch 40 Prozent und 2003 sogar 42 Prozent waren. Es sei angemerkt, dass die Bildungsbeteiligung hier keine Rolle spielen dürfte, ..."

Man fügt auch eilfertig (und ohne Begründung) hinzu, dass das G8-Gymnasium selbstverständlich auch keine Schuld haben könne. Zu den Ursachen sagt man nichts (immerhin käme die Kompetenzorientierung als ein nivellierendes Element in Betracht), aber als Perspektive empfiehlt man auf derselben Seite das bewährte "Gesundbeten" in folgender Weise:

"Wesentlicher ist es, die Qualität des Unterrichts weiterzuentwickeln und die dafür eingesetzten Maßnahmen systematisch zu evaluieren."

Leider wird bereits 20 Jahre lang (seit dem Konstanzer Beschluss der KMK vom 24.10.1997) weiterentwickelt und evaluiert, aber ohne klaren Erfolg, eher schon mit Misserfolgen. An Evaluierungen besteht in diesem

Lande eigentlich am wenigsten ein Mangel. Aber gerade die Studierfähigkeit von Abiturienten testen will niemand – weder die Politik noch die empirische Bildungswissenschaft.

THESE 9: Die Mathematik der Eingangskurse an den Hochschulen ist im Laufe der Jahrzehnte nicht anspruchsvoller oder schwieriger geworden, sondern ist eher zurückgefahren worden (außer vielleicht für Mathematik als Hauptfach).

Dazu kann man sich die neuen Modulhandbücher ansehen und mit älteren Lehrbüchern und Skripten vergleichen. Das früher einmal für Studenten der exakten Naturwissenschaften konzipierte Lehrbuch von Fichtenholz zur Differential- und Integralrechnung wurde vielfach den Mathematikstudenten empfohlen. Den Ingenieurstudenten mutet das heute niemand mehr zu, da gibt es abgespeckte Versionen (z.B. von Papula). Auch die üblichen Klausuren haben sich im Schwierigkeitsgrad eher nach unten als nach oben entwickelt.

THESE 10: Solange nicht auch die “heiligen Kühe” der jüngeren Schulreformen wie die Kompetenzorientierung wenigstens auf den Prüfstand kommen, wird es wohl keinen Fortschritt bei der “Lücke” geben. Ferner sind sogenannte “Bildungsstandards” vollkommen nutzlos, solange sie nur auf dem Papier stehen und solange massenhaft Abiturzeugnisse verteilt werden, obwohl diese Standards (als Regelstandards) nicht annähernd erfüllt sind. Das gilt auch für die zahlreichen “Kompetenzen”, die in Bildungszielen beschrieben werden, wenn man sie nicht haben muss, um ein Abitur zu bekommen. “Potemkinsche Dörfer” sind bei der Bildung in keinem Fall hilfreich.

Literatur

BAUSCH ET AL. 2014: Isabell Bausch/Rolf Biehler/Regina Bruder/ Pascal R. Fischer/Reinhard Hochmuth/Wolfram Koepf/Stephan Schreiber/Thomas Wassong (Hrsg.), Mathematische Vor- und Brückenkurse, Springer Spektrum 2014

FILLER 2016:

http://www.deutschlandfunk.de/abitur-pruefungen-schwierigkeitsgrad-ist-in-den-letzten-680.de.html?dram:article_id=355377

HEUBLEIN ET AL. 2009: Ulrich Heublein/Christopher Hutzsch/Jochen Schreiber/Dieter Sommer/Georg Besuch, Ursachen des Studienabbruchs in Bachelor- und in herkömmlichen Studiengängen, HIS Projektbericht Dez. 2009, 184 Seiten: http://www.dzhw.eu/pdf/21/studienabbruch_ursachen.pdf

JAHNKE ET AL. 2014:

<https://www.mathematik.de/ger/presse/ausdenmitteilungen/artikel/dmvm-2014-0046.pdf>

KAS 2016: Ausbildungsreife und Studierfähigkeit, hrsg. von der Konrad-Adenauer-Stiftung, siehe:

http://www.kas.de/wf/doc/kas_44796-544-1-30.pdf?160407120128

KÜHNEL 2015: <https://dmv.mathematik.de/index.php/forum/forschung-und-lehre/>

[461-ein-buch-zum-uebergang-schule-hochschule-versuch-einer-rezension](https://dmv.mathematik.de/index.php/forum/forschung-und-lehre/461-ein-buch-zum-uebergang-schule-hochschule-versuch-einer-rezension)

PISA 2015: K.Reiss, C.Sälzer, A.Schiepe-Tiska, E.Klieme, O.Köller (Hrsg.), PISA 2015. Eine Studie zwischen Kontinuität und Innovation, 505 Seiten, Waxmann 2016, siehe auch:

<https://www.waxmann.com/fileadmin/media/zusatztexte/3555Volltext.pdf>

SEK I-VO 2016: Sekundarstufe I-Verordnung Berlin:

<http://www.schulgesetz-berlin.de/berlin/sekundarstufe-i-verordnung.php>

TAGESSPIEGEL 2016: [http://www.tagesspiegel.de/berlin/abschlusspruefungen-an-schulen-](http://www.tagesspiegel.de/berlin/abschlusspruefungen-an-schulen-abi-in-berlin-mathe-zu-leicht-bio-zu-wirr/13687412.html)

[abi-in-berlin-mathe-zu-leicht-bio-zu-wirr/13687412.html](http://www.tagesspiegel.de/berlin/abschlusspruefungen-an-schulen-abi-in-berlin-mathe-zu-leicht-bio-zu-wirr/13687412.html)

TAGESSPIEGEL 2017: <http://www.tagesspiegel.de/wissen/>

[brandbrief-gegen-bildungsstandards-der-aufstand-der-mathelehrer/19550928.html](http://www.tagesspiegel.de/wissen/brandbrief-gegen-bildungsstandards-der-aufstand-der-mathelehrer/19550928.html)

ZÖLLNER 2011:

<http://www.zeit.de/2011/22/Interview-Zoellner/komplettansicht>

ANHANG: 10 Thesen zu den mathematischen PISA-Testaufgaben

1. Eine alte Lebenserfahrung besagt, dass das, was in einem Schulunterricht behandelt und intensiv geübt wurde, auf jeden Fall besser gekonnt wird als das, was nie behandelt oder nur flüchtig geübt wurde. Das gilt besonders für die Mathematik.
2. Daran anknüpfend ist die "empirische Schwierigkeit" einer Testaufgabe immer dann hoch, wenn dieser Typ von Testaufgabe im Unterricht nicht behandelt oder nur flüchtig geübt wurde. Das betrifft sowohl Inhalte wie auch die sogenannten "Kompetenzen". Alles Ungewohnte dürfte schwieriger sein als das Gewohnte.
3. Diese empirische Schwierigkeit bestimmt aber die sogenannte "Kompetenzstufe" einer Aufgabe: Diese ist dann hoch, wenn nur wenige Testpersonen die Aufgabe lösen können.
4. Damit hängt die Kompetenzstufe einer Aufgabe ganz wesentlich (aber nicht nur) davon ab, ob solche Aufgabentypen im Unterricht behandelt und geübt wurden oder nicht.
5. Insbesondere besagt eine hohe Kompetenzstufe einer Aufgabe nicht, dass sie besonders schwierig oder "komplex" sein muss. Es kann auch gut sein, dass sie einfach ungewohnt ist, weil nie behandelt. In diesem Fall schaffen es nur die intelligentesten Leute, sie noch zu meistern. Ein Intelligenztest wollte PISA aber gar nicht sein (und war es implizit möglicherweise doch). Die meisten Schwächen gab es übrigens nicht bei den Gymnasiasten, sondern bei den Nicht-Gymnasiasten.
6. Wenn also eine bestimmte Population von Testpersonen bei solchen Tests schlecht abschneidet, dann besagt das nicht zwingend, dass der Unterricht schlecht gewesen sein muss. Es kann sein, dass er einfach auf etwas anderes zielte als die korrekte Interpretation der typischen PISA-Textaufgaben. PISA will nur "*mathematical literacy*" testen, nicht Mathematik schlechthin. Das ist eine gewisse "Monokultur", und es liefert am Ende ein schiefes Bild von den tatsächlichen Kenntnissen und auch von der Qualität des Unterrichts.
7. Folglich besagt das relativ magere Abschneiden deutscher Schüler bei den ersten PISA-Tests 2000-2006 nicht viel über die Qualität des Unterrichts, sondern mehr über das Verhältnis der im Unterricht behandelten Art von Mathematik zu den PISA-typischen Mathematikaufgaben. Die bayerische Gymnasiasten hatten übrigens schon bei PISA 2000 in allen drei Disziplinen knapp 600 Punkte, was ein sehr guter Wert ist. Auch die Bremer Gymnasiasten (als deutsches Schlusslicht) hatten knapp 550 Punkte.
8. Es fehlt jede über den PISA-Vergleichstest hinausgehende Legitimation dafür, dass gerade der durch die PISA-Aufgaben repräsentierte Teil der Mathematik ein besonders wichtiger sein soll. Es werden hauptsächlich die vier Grundrechenarten und die Prozentrechnung in eingekleideten Aufgaben getestet, aber das ist nur ein winziger Teil dessen, was Mathematik insgesamt darstellt. Jede Art von innermathematischen Zusammenhängen scheint nicht getestet zu werden, auch kein "Buchstabenrechnen". Mathematische Begründungen oder Beweise kommen überhaupt nicht vor. Dabei sind gerade diese Zusammenhänge ganz wesentlich für die Mathematik am Gymnasium und an der Hochschule.
9. Insbesondere fehlt jede Legitimation, die speziell bei PISA getestete Art von Mathematik (d.h. "*mathematical literacy*" im Sinne von PISA) zum Maßstab eines künftigen Mathematikunterrichts zu erheben. Das könnte aber durchaus passieren, selbst wenn die PISA-Akteure das ursprünglich nicht beabsichtigten. Testaufgaben wirken einfach normierend, ob man das will oder nicht. Besonders fragwürdig ist dies für das Gymnasium, das ja nicht primär den Anspruch hat, nur auf Alltagssituationen vorzubereiten, sondern das immer noch einen wissenschaftspropädeutischen Anspruch hat. Mathematik muss auch am Gymnasium wesentlich mehr sein als bloßes Alltagsrechnen, und das letztere hat dort – anders als etwa in der Berufsschule – keine Priorität.
10. Kurz zusammengefasst: Internationale Tests wie PISA sind legitim, aber man darf die Ergebnisse nicht überbewerten, und es ist unbegründet und damit verfehlt, die Bildungsziele an den Schulen in Deutschland nach dieser speziellen "PISA-literacy" auszurichten. Das gilt besonders für die Mathematik und für die Gymnasien. Die Mathematik an Universitäten und Fachhochschulen kann sich prinzipiell nicht dieser "*mathematical literacy*" unterwerfen. Ohne konsequentes "Buchstabenrechnen" geht es nicht.