

Noteninflation am Beispiel mathematischer Abituraufgaben

Wolfgang Kühnel

Einleitung

Eine Noteninflation und eine Entwertung des Abiturs ist in der allgemeinen Diskussion. In der Presse ist man sich offenbar sogar weitgehend einig, dass es eine Noteninflation gegeben hat, die Kultusministerien leugnen das allerdings. Viele argwöhnen, dass tatsächlich im Vergleich zu früheren Jahrzehnten (auch in nur einem Jahrzehnt) hier Veränderungen auf breiter Front stattgefunden haben. Im Folgenden sollen – speziell im Fach Mathematik – Anzeichen dafür diskutiert werden. Die schriftlichen Zentralabituraufgaben sind ein geeigneter Indikator.

Laut Wikipedia¹ wird von Noteninflation gesprochen, wenn Prüflinge für die gleiche Leistung in späteren Jahren bessere Zensuren erhalten als in früheren Jahren. Es heißt weiter: „*Die Existenz des Phänomens konnte wissenschaftlich bis dato nicht sicher nachgewiesen werden. Aus Statistiken ersichtlich ist lediglich, dass sich in einigen Bereichen die Notendurchschnitte über längere Zeiträume verbessert haben. So lagen beispielsweise die durchschnittlichen Abiturnoten in Baden-Württemberg in den 1970er Jahren bei 2,8 und in den 1980er Jahren bei 2,5. Im Jahr 2008 betrug der Durchschnitt bereits 2,32.*“

Dass im Fach Mathematik Abituraufgaben vor zwei Jahrzehnten schwieriger waren, das pfeifen die Spatzen von den Dächern. Aus Baden-Württemberg hörte der Autor, dass sogar Bürokraten des Kultusministeriums diese Einschätzung teilten und kommunizierten. Auch von Studierenden hörte der Autor wiederholt die Einschätzung, dass die Zentralabituraufgaben leicht wären und immer leichter geworden seien. Generell liest man sehr oft die Einschätzung, dass ein Zentralabitur prinzipiell zu leichteren Aufgaben führen müsse. Mit letzter Gewissheit erwiesen scheint das nicht zu sein, aber es entspricht allen Beobachtungen.

Man muss auch sehen, dass dieses Phänomen der immer besseren Noten in Kombination mit einer Erhöhung der Abiturquote einhergeht. Die Zahl der Studienberechtigten eines Jahrgangs stieg bundesweit von 2001 bis 2010 von 36,1 % auf 49,0 %. Auch die Zahl der Studienanfänger ist ähnlich gestiegen. Es bekommen also mehr junge Leute eines Jahrgangs ein Abitur, und das mit einer besseren Durchschnittsnote als je zuvor. Plausibel wäre dabei ein Nachlassen des durchschnittlichen Niveaus gerade wegen der quantitativen Ausweitung.² Also würde man eher schwächere Noten erwarten, aber tendenziell ist das Gegenteil der Fall. Plausibel ist es auch nicht, dass eine Verdoppelung der Zahl aller Abiturienten dann eine Vervierfachung derer mit einem 1,0-Abitur nach sich zieht (wie in NRW, s. unten). Das legt den Verdacht einer Noteninflation nahe. Allerdings wird das – wie so vieles in der Bildungspolitik – kontrovers beurteilt:

Aussage 1: Das Abitur ist immer leichter geworden, zumindest in den Bundesländern NRW und Hamburg. Die führt zu immer besseren Noten, und die Zahl derer mit 1,0-Abitur wächst rasant.³ Vermuteter Grund: Gezielte Vorbereitung, eine 1,0 schon mit 823 von 900 Punkten (13,7 Notenpunkte), ferner könnte eine Änderung der Spielregeln bei der Notenberechnung eine Rolle spielen, z.B. ein größerer Einfluss der Vornoten, freundlichere Vergabe der Vornoten⁴ oder die Einführung eines fünften Abi-Fachs, in dem eine besondere

¹<http://de.wikipedia.org/wiki/Noteninflation>

²In Ländern mit einer besonders hohen Abiturquote oder Studierquote sind die gemessenen Kompetenzstufen der Studierenden im Durchschnitt eher mittelmäßig:

<http://www.faz.net/aktuell/politik/inland/kritik-an-oecd-viele-abiturienten-wenig-bildung-13300535.html>

³<http://www.deutschlandfunk.de/schulnoten-abiturienten-haben-andere-qualifikationen-als.680.de.html?dram:articl>

⁴So wird es offenbar an Hamburger Stadtteilschulen praktiziert, siehe <http://www.abendblatt.de/hamburg/kommunales/article129946701/Hamburgs-Gymnasien-zensieren-strenger-als-Stadtteilschulen.html>

Lernleistung bewertet wird, zum Beispiel die Teilnahme an einem Wettbewerb oder an einem Projektkurs. Schließlich könnten auch die Gesamtschulen eine Rolle spielen, denen man durch Absenkung der Anforderungen entgegenkommen möchte. Das Zentralabitur ist aber für Gesamtschulen und allgemeinbildende Gymnasien dasselbe.

Zahlen aus NRW	2007	2010	2011	2012	2013
Durchschnittsnote	2,69	2,56	2,53	2,5	2,46
mit 1,0-Abitur	455	763	1000	1111	1842
Gesamtzahl	ca. 67000	ca. 69000	ca. 80600	ca. 86000	ca. 127000

Gegenaussage 1: Das stimmt nicht. Die Zahl derer mit 1,0-Abitur wächst wegen der gestiegenen Leistungsbereitschaft der Abiturienten (so die derzeitige Schulministerin in NRW) und auch deshalb, weil alle mehr gelernt haben wegen der Kompetenzorientierung, der modernen Didaktik, der verbesserten Lehrerbildung und der weiteren segensreichen Maßnahmen der Schulministerien.

Dabei wartet die Gegenaussage 1 wohl noch auf eine neuere empirische Untermauerung. TOSCA ist alles andere als aktuell und fokussierte zudem auf einen Vergleich Hamburg – Baden-Württemberg. Die sehr spezielle KESS12-Studie ist nicht zuverlässig, weil zu viele der Testaufgaben der Mittelstufe entstammten und zudem als Multiple-Choice ausgelegt waren.⁵ Damit kann man den wahren Qualitäten von Abiturienten nicht auf die Spur kommen, sondern man suggeriert eine Art von Placebo-Effekt durch eine angebliche „voruniversitäre Mathematik“, die keine ist.⁶

Aussage 2: Die Erstsemester (mit Abitur) können immer weniger, besonders bezogen auf die Mathematik in WiMINT-Studiengängen, aber auch die Fähigkeit zum Verstehen wissenschaftlicher (oder auch nur sprachlich hochstehender) Texte und zum selbständigen Formulieren hat abgenommen.⁷ Vermuteter Grund: G8, steigende Abiturquote, sinkende Anforderungen, Kompetenzorientierung (alles politische Vorgaben).

Gegenaussage 2: Das stimmt auch nicht: Schon vor 100 Jahren hat man geklagt, dass die Abiturienten weniger können und wissen.

Dabei kann man allerdings auf niedrigerem oder auf höherem Niveau jammern. Im Jahre 1835 war folgendes im Abitur üblich: 6-7 schriftliche Arbeiten (deutscher und lateinischer Aufsatz, Mathematikarbeit, Übers. ins Lateinische und Französische, Übers. aus dem Griechischen in Deutsche, ggfs. Religionsaufsatz), mündliche Prüfungen in Latein, Griech., Franz., Math., Naturw., Geschichte, Religion bzw. philosoph. Propädeutik.⁸ Nach diesen Spielregeln hat der 17-jährige Karl Marx 1835 sein Abitur mit einem Notendurchschnitt von 2,4 abgelegt. Heute hätte er vermutlich mit 1,0 abgeschlossen. Das könnte eine Noteninflation zumindest à la longue plausibel machen. Gerade in Latein soll er sehr gut gewesen sein. Da konnte man Jahrzehnte später trefflich den Niedergang des Stils bei den lateinischen Aufsätzen beklagen, ohne dass das eine große praktische Relevanz hatte. Heutzutage geht es leider um viel elementare Dinge wie z.B. Bruchrechnung, Rechtschreibung oder auch nur den korrekten Sprachgebrauch des Deutschen (damit sind keine Zuwanderer gemeint), siehe auch den Schluss dieses Artikels.

⁵H.P.Klein et al.: *Sind Hamburgs Abiturienten mathematisch und naturwissenschaftlich klüger geworden? Nach welchen Maßstäben übertrifft das achtjährige Gymnasium das neunjährige?* Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Pädagogik 89-4 (2013), S.627-648. Für eine Kurzversion siehe

<http://www.wiwo.de/erfolg/jobsuche/gastbeitrag-die-erhoehung-der-abiturientenrate/9905538.html>

⁶W.Kühnel, *Das Märchen von der voruniversitären Mathematik*, Pädagogische Korrespondenz 51 (2015), 90-100

⁷Für das Fach Geschichte ist das empirisch belegt worden:

<http://lernen-aus-der-geschichte.de/Lernen-und-Lehren/content/9366>

⁸http://www.jkg.ka.schule-bw.de/schulleben/abitur/100jahre_jkg_13.html

Selbst in Schweden, dem gelobten Wunderland der zukunftsorientierten Ganztagschule mit der Bildungsgerechtigkeit in einer egalitären Gesellschaft, scheint es das Phänomen der Noteninflation zu geben, was sogar die GEW der Erwähnung für wert hält:⁹

„In der Praxis hätten in den Schulen Selbststudium und Langzeitprojekte zugenommen, meint Larsson [ein Bildungshistoriker aus Jönköping]. Das ermögliche den Kommunen, Geld zu sparen, und den freien Trägern, Profite zu machen. ‚Wichtig ist nicht, den Schülern eine gründliche Bildung zu vermitteln, sondern sie als Kunden zufriedenzustellen‘, betont der Bildungshistoriker. Daraus resultierten eine Inflation guter Noten und steigender Druck auf die Lehrerinnen und Lehrer, möglichst niemanden durchfallen zu lassen.“

Auch Jörg Dräger hat sich in ähnlicher Weise zu einer Art von Zensurenspirale geäußert:¹⁰

„Der Anspruch an Fairness kann auch eine Noteninflation auslösen. Wenn die Schwächsten noch eine Vier bekommen sollen, muss man allen anderen eben entsprechend bessere Zensuren geben, damit das Verhältnis gewahrt bleibt.“

Der Standpunkt der empirischen Bildungswissenschaft

Dass die schulischen Standards beim Fach Mathematik sich insgesamt nach unten entwickeln, das sieht man auch an der Art und Weise, wie Testaufgaben von der empirischen Bildungswissenschaft bewertet werden. Man geht im Prinzip so vor, dass alles, was viele Testpersonen nicht können, mit einer höheren „Kompetenzstufe“ bewertet wird als das, was viele Testpersonen können. Bei Grundschultests wie IGLU und VERA mag das angemessen sein, aber bei Abiturienten? Aus fachlicher Sicht kommt dann gelegentlich eine zweifelhafte Einschätzung heraus, wogegen die Bildungswissenschaft offenbar blind ist.

Ein Beispiel ist die Testaufgabe A12 bei TIMSS/III, siehe Abbildung 1 (hier wurden die obersten Klassen der Sek. II getestet). Zur Lösung berechnet man einfach die jeweilige Jahresmiete: $800 \cdot 12 = 9600$ (links) bzw. $90 \cdot 110 = 9900$ (rechts). Alternativ könnte man auch die Monatsmiete bei B ausrechnen und mit 800 bei A vergleichen. Es gibt etliche Lösungswege. Ein Aufteilen der 110 Quadratmeter auf beide Gebäude ist wegen der kleinsten Quadratmeterzahlen 85 bzw. 35 nicht möglich (wäre vermutlich auch nicht intendiert).

In jedem Fall kann man sagen: *Das ist eine Dreisatzaufgabe, und zwar keine besonders komplizierte*. Sie ist dem praktischen Leben entnommen und als solche eine geeignete Aufgabe zur Verbindung von Mathematik und der sog. Lebenswirklichkeit, aber es ist fraglich, ob man damit Abiturienten testen sollte oder eher Schüler beim mittleren Schulabschluss.¹¹ Bei den letzteren könnte man sich eine mittlere Kompetenzstufe noch vorstellen, bei Abiturienten dürfte dies aber nur die unterste Kompetenzstufe sein, weil sonst die Relation zu den wesentlich anspruchsvolleren Themen wie Differential- und Integralrechnung verzerrt würde. Es kann aus fachlicher Sicht unmöglich akzeptiert werden, dass in den oberen Klassen etwa Aufgaben zum kleinen Einmaleins hohe Kompetenzstufen zugeordnet bekommen, nur weil viele Testpersonen die Aufgaben falsch gelöst haben. Bei einem Englisch-Test würde wohl niemand Abiturienten bitten, „*good morning, ladies and gentlemen*“ ins Deutsche zu übersetzen, und selbst wenn, dann wäre das nur die allerunterste Kompetenzstufe wert, auch dann, wenn es oft falsch gemacht werden sollte. Alles andere wäre lächerlich.

⁹http://www.gew.de/Skandinavisches_PISA-Tief.html

¹⁰zitiert nach <http://www.welt.de/politik/deutschland/article129189233/Die-gefaehrliche-Entwertung-des-deutschen-Abiturs.html>

¹¹vgl. die Kritik dieser Aufgabe in: P.Bender, Die etwas andere Sicht auf PISA, TIMSS und IGLU, Der Mathematikunterricht 51, 36-57 (2005), siehe auch:

<http://lama.uni-paderborn.de/personen/prof-dr-bender/veroeffentlichungen.html>

Mathematische Beispielaufgabe der Niveaustufe III

A12. Diese beiden Anzeigen sind in einer Zeitung in einem Land erschienen, in dem die Währungseinheit zeds ist.

<p style="text-align: center;">GEBÄUDE A</p> <p style="text-align: center;">Büroräume zu vermieten</p> <p>85-95 Quadratmeter 450 zeds pro Monat</p> <p>100-120 Quadratmeter 800 zeds pro Monat</p>	<p style="text-align: center;">GEBÄUDE B</p> <p style="text-align: center;">Büroräume zu vermieten</p> <p>35-260 Quadratmeter 90 zeds pro Quadratmeter pro Jahr</p>
---	--

Eine Firma ist daran interessiert, ein 110 Quadratmeter großes Büro in diesem Land für ein Jahr zu mieten. In welchem Bürogebäude, A oder B, sollte sie das Büro mieten, um den niedrigeren Preis zu bekommen. Wie rechnen Sie?

Abbildung 1: TIMSS/III-Aufgabe

Aber der prominente Jürgen Baumert schreibt 2001 zu dieser Aufgabe A12 (Vortrag beim dritten Werkstattgespräch von „McKinsey bildet“ in Köln):

„Dieses Item ist eine offene, relativ komplizierte Aufgabe ... Die Aufgabe erfordert eine mehrschrittige Modellierung ... Die Lösungswahrscheinlichkeit liegt im internationalen Durchschnitt bei 49 Prozent. Dabei unterscheiden sich die einzelnen Teilnehmerländer allerdings erheblich. ... Auf der Ebene der mathematischen Kompetenzstufe III werden die Differenzen zu unseren Nachbarländern also deutlich sichtbar.“

Diese Formulierungen muss man sich mal auf der Zunge zergehen lassen und mit der Aufgabe in Abbildung 1 vergleichen. Worin soll denn die mehrschrittige Modellierung bestehen? Man kann einfach durchprobieren und kommt irgendwann auf Zahlen, die verglichen werden können. Zur Lösungswahrscheinlichkeit: Nach dem TIMSS/III-Bericht¹² lag in Deutschland bei dieser Aufgabe die Lösungswahrscheinlichkeit bei der gymnasialen Oberstufe immerhin bei 64 %, bei den beruflichen Bildungsgängen (Berufsschulen, Berufskollegs, Fachoberschulen etc.) aber nur bei 35 %, s. die folgende Tabelle.

Int. Schwierigkeit	553,6
Int. Lösungswahrscheinlichkeit	0,50
Dt. Lösungswahrscheinlichkeit	0,44
Gymnasiale Oberstufe	0,64
Berufliche Bildungsgänge	0,35

¹²J.Baumert et al.: *Testaufgaben zu TIMSS/III*. Materialien aus der Bildungsforschung, Bd. 62. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, 1999. 140 S. GW ISSN 0173-3842, ISBN 3-87985-069-0

Also gerade die praktisch ausgerichteten jungen Leute konnten diese praktische Aufgabe kaum lösen, die theoretisch ausgerichteten Gymnasiasten schon eher. Dieser Unterschied scheint typisch zu sein für viele TIMSS/III-Aufgaben. Umso seltsamer ist eine einheitliche Kompetenzstufe dieser Aufgabe für beide, die einfach nichts besagen kann.

Dennoch wurde als Reaktion auf TIMSS/III eine entscheidende Veränderung des Mathematikunterrichts an Gymnasien sogar von den Fachverbänden GDM, MNU, DMV postuliert¹³ und dann in der Praxis vorgenommen. Dies wird in der fachdidaktischen Literatur und auch in der Presse bis auf den heutigen Tag gebetsmühlenartig wiederholt (aber kaum jemand verweist auf die riesigen Unterschiede zwischen den Bundesländern): TIMSS und PISA hätten gezeigt, wie schlecht der Mathematikunterricht in Deutschland war. Man verschwieg und verschweigt einfach, dass bei TIMSS/III die Ergebnisse an den Gymnasien fast durchweg besser waren als die im internationalen Vergleich, obwohl manche Teilnehmerländer nur Gymnasiasten oder Eliteschulen ins Rennen geschickt hatten. Ebenso waren die Ergebnisse in den gymnasialen Leistungskursen gar nicht so schlecht im Vergleich mit den Grundkursen. Viel schwächer haben die Schüler der Sek. II der beruflichen Bildungsgänge abgeschnitten. Dabei waren ca. zwei Drittel der Testpersonen den beruflichen Bildungsgängen zuzuordnen und nur ein Drittel der gymnasialen Oberstufe. Denn anders ist nicht zu erklären, dass in der obigen Tabelle der (gewichtete) Mittelwert von 0,35 und 0,64 gleich 0,44 sein soll (bei anderen Aufgaben ist das analog). Und worauf stürzte sich der Reformeifer besonders? Auf die Gymnasien. Leistungskurse wurden größtenteils wieder abgeschafft, Kompetenzorientierung, mathematische Modellierung und G8 wurden eingeführt. Das, was damals der Philologenverband gefordert hatte, nämlich eine Aufwertung der Mathematik im Schulunterricht schlechthin, wurde gerade nicht realisiert, im Gegenteil, die Stundenzahlen gingen nach unten.

Dieses Beispiel lehrt, dass Aussagen der empirischen Bildungswissenschaft zur Mathematik mit Vorsicht zu genießen sind. Das würde dann auch eine Aussage zu der Frage betreffen, ob es eine Noteninflation gegeben hat und ob das Abitur tatsächlich leichter geworden ist oder nicht. Man hätte aus psychometrischer Sicht vermutlich gar keine passenden Kriterien, um diese Frage überhaupt angehen zu können. Vielleicht würde man schematisch Methoden aus Grundschultests anwenden und damit scheitern. Hier hilft nur die fachliche Sicht weiter.

Vergleich von Zentralabituraufgaben

Auch empirisch arbeitende Fachdidaktiker haben sich offenbar lange gescheut, Vergleiche von konkreten Zentralabituraufgaben hinsichtlich ihrer Schwierigkeit oder fachlichen Ansprüche vorzunehmen. Dabei gäbe es etliche vordergründige und objektive Daten, die eine Veränderung anzeigen könnten und die empirisch gut erfassbar sind, z.B. die Zahl der Aufgabenteile relativ zur Dauer der Klausur, die Zahl der bereits angegebenen Lösungen, die Zahl der Aufgabenteile, die durch bloßes Eintippen in den Taschenrechner gelöst werden können, die verlangten Methoden (nur Differentialrechnung oder auch Integralrechnung zusätzlich) etc. Aber auch die inhaltliche Schwierigkeit kann man versuchen aus fachlicher Sicht zu bewerten. Angesichts der üblichen Wahlmöglichkeiten der Lehrer sollte man dabei versuchen, die leichtesten Aufgaben zu finden, denn diese bestimmen die Standards. Eine kürzliche Untersuchung der Hamburger Zentralabituraufgaben aus fachlicher, fachdidaktischer und schulpraktischer Sicht¹⁴ kam zu der folgenden Kernaussage:

Kernaussage:

Die schriftlichen Zentralabituraufgaben zur Mathematik in Hamburg sind von 2005 bis 2013 in mathematischer Hinsicht deutlich leichter geworden, es gibt jetzt aber mehr Texte zu Anwendungssituationen (sog.

¹³http://madipedia.de/images/8/81/1998_05a.pdf

¹⁴T.Jahnke et al.: *Die Hamburger Abituraufgaben im Fach Mathematik, Entwicklung von 2005 bis 2013*, Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) 22 Heft 2 (2014), 115-121.
<https://www.mathematik.de/ger/presse/ausdenmitteilungen/ausdenmitteilungen.html>

„kompetenzorientierte Modellierungsaufgaben“) und keine Aufgaben mehr ohne solche. Zudem konnte man 2013 mit wörtlich gleichen Aufgabenteilen auf beiden Niveaus bestehen, im Jahre 2005 keineswegs.

Folgendes hat sich konkret verändert:

- weniger Aufgaben bzw. -teile in derselben Zeit
- geringer werdender Unterschied *GK/LK* bzw. *grundlegendes/erhöhtes Niveau*
- immer längere Texte zu Anwendungssituationen bei gleichzeitiger Beschränkung der mathematischen Methoden auf immer weniger
- verstärkte Angabe von Ergebnissen („zur Kontrolle“)
- immer mehr Einsatz des Taschenrechners („Aufgaben zum Eintippen“)
- immer häufiger „bestätige“ statt „berechne“ im Aufgabentext (das erste ist gemäß Operatorenliste schwächer als das zweite)
- wenige stets wiederkehrende Aufgabentypen, die logischerweise zu einer gezielten und verengten Vorbereitung führen (im wesentlichen 4 Typen in Hamburg und in NRW)
- Benotung: „noch sehr gut“ bereits mit 85 % der Punkte. Theoretisch kann bei jeder Aufgabe ein Teil weggelassen werden, ohne das 1,0-Abitur zu verpassen.

Der letzte Punkt ist allerdings nicht neu. Die Prozentzahlen für die einzelnen Notenstufen haben sich schon länger so eingebürgert, während noch zur Schulzeit des Autors ein einziger Fehler in einer Mathematik-Klausur dazu führte, dass die Note „sehr gut“ verweigert wurde. Es gab dann typischerweise eine 2+. In Hamburg jedenfalls sind trotz einer Erhöhung der Abiturquote bei leichteren Mathematikaufgaben die Abitur-Durchschnittsnoten in den letzten Jahren immer besser geworden.

Modellierung und die ambivalente Rolle des Taschenrechners

Es wird vielfach behauptet, dass eine Orientierung hin zu Anwendungen und Alltagsmathematik („*Realistic Mathematics Education*“) eine allgemeine Verbesserung gebracht hätte, was das mathematische Verständnis in der Schule betrifft, auch bei Abiturienten. Zentralabituraufgaben sind jetzt häufig von diesem Anwendungstyp, und man spricht von *mathematischer Modellierung*. Ob dieses Konzept den Anstieg der Durchschnittsnoten erklären kann? Was kennzeichnet mathematische Modellierung? Nun, der Anspruch ist enorm hoch, wenn man der folgenden Definition von Gabriele Kaiser und Björn Schwarz¹⁵ folgen will:

„Es besteht weitgehend Konsens, dass global Modellierungskompetenzen Fähigkeiten und die Bereitschaft beinhalten, mathemathikhaltige Probleme aus Realität durch mathematische Modellierung zu bearbeiten. Im Detail werden darunter u.a. folgende Kompetenzen verstanden:

- Kompetenz reale Probleme durch **selbst entwickelte mathematische Beschreibungen (Modell)** zu bearbeiten;
- Kompetenz über Modellierungsprozess zu **reflektieren** durch Aktivierung von Meta-Wissen;
- **Einsicht** in die Beziehungen zwischen Mathematik und Realität, insbesondere in Subjektivität von Modellierung;

¹⁵Modellierungskompetenzen - Entwicklung im Unterricht und ihre Messung. http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2006/ModerierteSektionen/Mathematische_Modellierung/kaiser_gabriele2.pdf

• **Soziale Kompetenzen** wie *Kompetenz zur Gruppenarbeit oder Kommunikationskompetenzen*.“

Die realen Aufgaben erfüllen diesen hohen Anspruch leider nur selten. In den Hamburger Zentralabituraufgaben sind diese Postulate nicht annähernd erfüllt, und die sogenannte „Modellierungskompetenz“ ist gar nicht sichtbar.¹⁶ Die Probleme sind nicht real, und modelliert wird von den Aufgabenstellern, aber nicht von den Prüflingen. Diese bekommen das Modell einfach vorgesetzt (etwa eine kubische Funktion oder eine Übergangsmatrix) und sollen dann damit rechnen, wie in früheren Jahrzehnten auch. Folglich sind in der Praxis viele Aufgaben dann doch „nur“ eingekleidete Aufgaben mit einem mehr oder weniger unwichtigen Text, und das Wort „Scheinmodellierung“ ist plötzlich im Gebrauch.¹⁷ Auch Werner Blum¹⁸ spricht von „normativen Wunschvorstellungen“. Den Unterschied beschreibt er wie folgt (und genau das wird dann wohl im Zentralabitur auch gemacht):

„Beim Lösen von eingekleideten Textaufgaben sind nur vier Schritte nötig:

1) Durchlesen, 2) Entkleiden, 3) Rechnen, 4) Rechnung kontrollieren und Antwortsatz schreiben.“

In unserem westlichen Nachbarland mit dem Freudenthal-Institut, das die „*Realistic Mathematics Education*“ (RME) propagiert hat, ist die ganze Entwicklung schon etwas weiter fortgeschritten, aber nicht zum Positiven hin, und das trotz guter Werte bei PISA. Letztlich hat das aber zu einem Absenken des Niveaus an mathematischem Verständnis und mathematischem Interesse geführt. Klaas Landsman beschreibt das so:¹⁹

„Mitte der 1980er Jahre wurde das holländische Mathematik-Curriculum in den Sekundarstufen drastisch reformiert mit dem Ziel, *Mathematik, realitätsnah*‘ zu gestalten. Tatsächlich bedeutet dies in den Niederlanden inzwischen, dass Kinder eine Sammlung von Tricks lernen, die sie typischerweise auf in Geschichten eingekleidete Probleme anwenden sollen.“

Eine Seite davor schreibt er, „dass zwar Themen wie *Differential- und Integralrechnung von Funktionen einer Variablen* weiterhin im schulischen Mathematik-Curriculum aufgeführt sind, aber ein wirkliches Verständnis dieser und anderer mathematischer Operationen unter Schülern wenig verbreitet ist. In den Schulen werden heutzutage die meisten Rechnungen mit einem Taschenrechner ausgeführt, und algebraische Formeln werden ohne Verständnis für ihre Herkunft einfach von einer ‚Formelkarte‘ abgeschrieben.“

In Deutschland gibt es eine „Formelsammlung“ (ein gar nicht so dünnes Buch, das im Abitur zugelassen ist) statt einer „Formelkarte“. Besonders problematisch wird es dann, wenn die oben genannten „Tricks“ auch noch ausdrücklich an den Gebrauch eines Taschenrechners gekoppelt sind. Das suggeriert dann eventuell Fähigkeiten, die gar nicht vorhanden sind, aber dennoch gute Noten zur Folge haben. Das kann so weit gehen, dass lineare Gleichungssysteme auch bei 3 Gleichungen und 3 Unbekannten nur noch mit dem GTR-Rechner gelöst werden können oder bestimmte Integrale nur numerisch vom Rechner berechnet werden, ohne dass man über Stammfunktionen überhaupt nachdenkt. Gerüchten zufolge wird bereits das kleine Einmaleins häufig nur noch mit dem Taschenrechner beherrscht, und für die Gleichung $\ln 1 = 0$ wird die Logarithmusfunktion des Taschenrechners bemüht.

¹⁶W.Kühnel: *Modellierungskompetenz und Problemlösekompetenz im Hamburger Zentralabitur zur Mathematik*, Math. Semesterberichte 62 Heft 1 (2015), 69-82

¹⁷H.-J.Bandelt & T.Weidl, *Der falsche Schein des Modellierens*, Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) 23 Heft 1 (2015), 3-4

¹⁸*Mathematisches Modellieren - zu schwer für Schüler und Lehrer?*

<https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/30832/1/001.pdf>

¹⁹*Sag, wo die Studenten sind*, Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) 17 Heft 1 (2009), S. 52-55, <http://page.math.tu-berlin.de/~mdmv/archive/17/mdmv-17-1-052.pdf>

Dazu ein Zitat aus dem Buch *Mathematische Vor- und Brückenkurse* von I.Bausch et al., (eds.), Springer Spektrum 2014, S. 217:

„Bei älteren Studierenden, von über 40 Jahren, die nur einen einstelligen Prozentanteil an der Gesamtstudierendenschaft ausmachen, sind die rechnerischen Fähigkeiten noch stärker ausgeprägt – die Abhängigkeit vom Taschenrechner ist noch etwas geringer. Die jüngeren Studierenden dagegen beherrschen häufig einfachste Rechnungen nur noch mithilfe eines Taschenrechners. Das geht einher mit dem Verlust einer genauen Erwartungshaltung an ein zu ermittelndes Ergebnis: Resultate werden einfach vom Display des Taschenrechners abgelesen – kritiklos übernommen.“

Dass der gewöhnliche wie auch der GTR- und CAS-Rechner das Lernen auch unterstützen kann, ist unbestritten. Nur scheint es an einer empirisch fundierten Abwägung der Vor- und Nachteile zu fehlen, es dominiert eine gewisse Subjektivität bei Befürwortern wie bei Gegnern. Der Taschenrechner scheint so in doppeltem Sinne zu polarisieren. Am häufigsten kursiert folgender Satz durch die Fachliteratur: *„Guter Unterricht wird durch Taschenrechner besser, schlechter aber noch schlechter.“* Man könnte das wie folgt abwandeln: *„Bei guten Mathematik-Kenntnissen kann der Taschenrechner den Kenntnisstand fördern, bei schlechten aber kann er geradezu den mathematischen Durchblick verhindern und eine sklavische Abhängigkeit vom Rechner zur Folge haben.“* Ohne Taschenrechner steht dann so mancher MINT-Student da wie ein stark Kurzsichtiger, dem die Brille abhanden gekommen ist.

Der folgende Dialog zwischen Vater und Sohn (auf einer wahren Begebenheit basierend) verdeutlicht in anderer Weise den Unterschied zwischen Anspruch und Wirklichkeit bei diesen sog. Modellierungsaufgaben:

Vater: *Im Matheabitur kommen bestimmt Aufgaben mit viel Text dran. Es macht sicher einen guten Eindruck, wenn du deine Lösungen ebenfalls mit Text, also ganzen sprachlichen Sätzen, formulierst und nicht nur nackte Formeln hinschreibst.*

Sohn (Abiturient 2014 am Gymnasium): *Ach was, Papa, das wird auch so akzeptiert.*

Woher mag der Sohn wohl seine Erkenntnis haben? Ob das symptomatisch für die Praxis des „Reflektierens“ bei diesen anwendungsorientierten Aufgaben ist? Noch nicht einmal der von Werner Blum noch geforderte Antwortsatz scheint wirklich nötig zu sein. Man rechnet einfach formelmäßig nach Weglassen des Textes. Das Endergebnis wird dann vermutlich nur unterstrichen, das genügt. Wenn der Sohn recht hat, dann macht auch dieser Aspekt die Noteninflation ein Stück weit plausibel: Mathematisch sind die Aufgaben recht einfach (auch wenn das auf den ersten Blick vielleicht nicht so aussieht), das eigentlich postulierte (und schwierigere) Ziel wäre zusätzlich das Reflektieren über die Verbindung von Mathematik und Realität. Genau das wird aber nicht wirklich verlangt.

Beispiele von Abituraufgaben in NRW und Hamburg

Dass Abituraufgaben – trotz der vielbeschworenen Anwendungsorientierung – teilweise erstaunlich einfach geworden sind und dennoch (oder gerade deswegen) zu erstaunlich guten Noten führen können, kann man auch direkt an den Aufgaben sehen. Als Beispiel haben wir hier eine Abituraufgabe im Grundkurs 2010 zur Analysis (WTR) aus NRW, bewertet mit 50 Punkten, rechnerische Zeit 90 Minuten als die Hälfte von 180 Minuten für die ganze Klausur mit 2 Aufgaben:²⁰

Es wird ein Autobahnstau zwischen 6 Uhr ($t = 0$) und 10 Uhr ($t = 4$) untersucht. Die **momentane Änderungsrate** der Staulänge wird (vereinfacht) durch die Funktion $f(t) = \frac{3}{4}t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 6t$ modelliert (t in Stunden, $f(t)$ in Kilometern **pro Stunde**). Der Graph ist in Abbildung 2 dargestellt [vom Autor nachgezeichnet]. Um 6 Uhr beginnt der Stau.

²⁰Quelle: *Abitur 2014. Prüfungsaufgaben mit Lösungen*, Stark-Verlag 2013, S. 2010-7 ff.

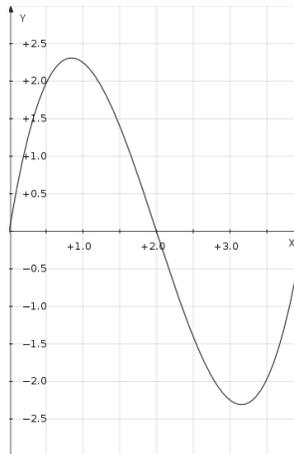


Abbildung 2: momentane Änderung der Staulänge als Funktion f

- (a) Berechnen Sie die Nullstellen von f und erklären Sie die Bedeutung positiver und negativer Funktionswerte von f im Sachzusammenhang. (6P)
- (b) Bestimmen Sie rechnerisch die Zeitpunkte, zu denen die Staulänge am schnellsten zunimmt bzw. abnimmt. (14P)
- (c1) Begründen Sie, warum die Funktion $F(t) = \frac{3}{16}t^4 - \frac{3}{2}t^3 + 3t^2$ die Staulänge zum Zeitpunkt t beschreibt.
- (c2) Berechnen Sie die Staulänge für 6.30 Uhr.
- (c3) Berechnen Sie, um wieviel die Staulänge von 6.30 bis 7.00 Uhr zunimmt, und geben Sie für diesen Zeitraum die durchschnittliche Änderungsrate der Staulänge an.
- (c4) Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Staulänge ihr Maximum erreicht, und berechnen Sie diese maximale Staulänge. (20P)

Teil (d) für die restlichen 10 Punkte ist hier nicht aufgelistet.

Für die Lösung sind nur sehr bescheidene mathematische Kenntnisse nötig, die nicht über das hinausgehen, was in Klasse 10 am G8-Gymnasium allgemein üblich ist. Im Wesentlichen muss man nur wissen, dass die erste Ableitung die momentane Änderungsrate einer Funktion (hier: Staulänge) angibt. Falls ein mathematikferner Leser einen anderen Eindruck haben sollte: Die Schüler gehen nicht unvorbereitet an diese Aufgaben heran, denn sie ähneln immer denen aus Vorjahren. Somit werden diese Aufgabentypen vorbereitet, zumindest gibt es die Möglichkeit dazu. Zu den einzelnen Aufgabenteilen:

(a) Man sieht die Nullstellen an Abbildung 2: Diese sind $t = 0$, $t = 2$, $t = 4$. Also weiß man schon, was herauskommen soll. Rechnerisch muss man die Funktion als $f(t) = t \cdot (\frac{3}{4}t^2 - \frac{9}{2}t + 6)$ schreiben und dann die quadratische Gleichung $\frac{3}{4}t^2 - \frac{9}{2}t + 6 = 0$ lösen. Die dafür erforderliche sogenannte (p, q) -Formel kann der Formelsammlung entnommen werden. Die Interpretation „im Sachzusammenhang“ bedeutet einfach nur, dass bei positiven Werten von f der Stau wächst und bei negativen Werten abnimmt. Ist der intellektuelle Rang dieser Erkenntnis wirklich abiturwürdig?

(b) Hier geht es um Minimum und Maximum von f , also um die Nullstellen der ersten Ableitung $f'(t) = \frac{9}{4}t^2 - 9t + 6$. Das ist wieder eine quadratische Gleichung. Die Ableitung von t^n findet sich gewiss in der

Formelsammlung. Wenn das richtig gemacht ist, hat man zusammen schon 20 Punkte. Zum Bestehen fehlt nur noch die Winzigkeit von 2,5 Punkten (mit 45 % der erreichbaren Punkte ist die Klausur bestanden).

(c1) Eigentlich könnte hier stehen, man solle die Staulänge als Funktion $F(t)$, also als Stammfunktion von $f(t)$, berechnen. Aber das gilt offenbar als zu schwierig, somit ist $F(t)$ schon gegeben, und das Wort „Stammfunktion“ muss man nicht einmal kennen. Man soll nur begründen, wie die angegebene Staulänge F zur ebenfalls angegebenen Änderung der Staulänge f steht. Also soll man nur $F'(t) = f(t)$ sowie $F(0) = 0$ (bei $t = 0$ beginnt der Stau, hat also noch die Länge null) überprüfen. Das letzte sieht man eigentlich ohne Rechnung, denn beim Polynom $F(t)$ fehlt das absolute Glied. Dieser Trick ist inzwischen weit verbreitet: Integralrechnung wird nicht mehr verlangt, aber man tut so, als ob doch eine Stammfunktion eine Rolle spielt. Dasselbe betrifft jüngere Abituraufgaben aus NRW, in denen die e -Funktion vorkommt.

(c2) Hier muss man nur den Zeitpunkt 6.30 Uhr als $t = \frac{1}{2}$ erkennen und dann diesen Wert in die Funktion F einsetzen, also $F(\frac{1}{2}) = \frac{3}{16} \cdot \frac{1}{16} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{147}{256}$ berechnen. Dabei kann auch auf den Taschenrechner zurückgegriffen und das Resultat als Dezimalbruch näherungsweise angegeben werden.

(c3) Der Zeitpunkt 7 Uhr entspricht $t = 1$. Man kann also $F(1) = \frac{27}{16}$ wie in (c2) und dann die Differenz beider Werte berechnen, wobei der Dezimalbruch vom Taschenrechner genügt. Man mutet heutigen Abiturienten keine exakte Bruchrechnung mehr zu. Weil die Dauer nur eine halbe Stunde ist, ist der mittlere Anstieg (also der Anstieg pro Stunde) einfach doppelt so groß wie der tatsächliche Anstieg. Wieder genügt das Dividieren durch 0,5 mit dem Taschenrechner.

(c4) Als das Maximum der Funktion F kommen zunächst die drei Nullstellen von $F' = f$ in Betracht, und diese wurden schon in Teil (a) ausgerechnet. Also muss man die drei Funktionswerte nur vergleichen. Da die Länge für $t = 0$ gleich 0 ist, kann (ohne Rechnung) das Maximum nur bei $t = 2$ liegen, denn danach baut sich der Stau ab wegen negativer Werte von f . Die maximale Länge ist dann $F(2) = 3$.

Mit diesen Überlegungen kann man in 90 Minuten 40 von 50 möglichen Punkten bekommen, also immerhin die Note 2+ (sofern man bei der anderen Aufgabe ebenfalls 40 Punkte bekommt). Freundlich ausgedrückt ist das schon recht geschmeichelt angesichts dessen, was tatsächlich zu leisten ist. Unfreundlich könnte man von „Trivialisierung“ sprechen, zumindest was das bloße Bestehen betrifft, etwa mit den Teilen (a), (b) und (c2). Die Noteninflation kann somit auch im Detail an den Aufgaben nachgewiesen werden: Es ist definitiv leicht geworden, und selbst gute Noten besagen nichts mehr über die Studierfähigkeit in MINT-Fächern.

Hier ist eine andere Abituraufgabe (Gurkenvermarktung) aus dem Hamburger Abitur 2012 im Grundkurs (100 Punkte, 120 Minuten):²¹

Bauer Kleinschmidt baut Gurken an. Der Konzern zahlt den liefernden Landwirten 0,25 Euro pro Salatgurke. Landwirt Kleinschmidt hat Fixkosten für die Salatgurkenproduktion in Höhe von 100 Euro pro Tag. Wenn er 10 Kisten Salatgurken pro Tag liefert, dann hat er tägliche Gesamtkosten von 250 Euro. Bei täglich 30 Kisten Salatgurken betragen diese 600 Euro. Bei einer Produktionsmenge von 10 Kisten Salatgurken pro Tag liegt die geringste Kostensteigerung vor. Eine Kiste enthält 5 Kartons zu jeweils 20 Salatgurken. Landwirt Kleinschmidt interessiert sich zunächst für seinen Erlös E und seine Kosten K .

Hinweis: Im Folgenden steht die Variable x für die tägliche Produktionsmenge an Kisten mit jeweils 100 Salatgurken.

a) Geben Sie die Gleichung der Erlösfunktion E an. Skizzieren Sie den Graphen der Funktion E in das Koordinatensystem in der Anlage. (10P)

b) Ermitteln Sie die Gleichung der Kostenfunktion K als ganzrationale Funktion 3. Grades.

Zur Kontrolle: $K(x) = \frac{1}{120}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{50}{3}x + 100$ (15P)

²¹Eingehend diskutiert bei W.Kühnel, *Modellierungskompetenz ... a.a.O.*,

Quelle: <http://bildungsserver.hamburg.de/alte-abituraufgaben-mathematik/>

c) Skizzieren Sie den Graphen der Kostenfunktion K in das Koordinatensystem in der Anlage. Beschreiben Sie die typischen Eigenschaften der Graphen von Kostenfunktionen 3. Grades im wirtschaftlichen Kontext. (10P)

d) Bestätigen Sie: Die Gleichung der Gewinnfunktion G lautet $G(x) = -\frac{1}{120}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{25}{3}x - 100$.

Bestätigen Sie, dass sich die Gewinnschwelle bei einer Produktionsmenge von 10 Kisten Salatgurken pro Tag befindet. Bestimmen Sie rechnerisch die Gewinngrenze. (20P)

e) Berechnen Sie die Produktionsmenge, bei der Landwirt Kleinschmidt den maximalen Gewinn erzielt, und geben Sie den größtmöglichen Gewinn an. (15P)

Die Teile (f) und (g) mit zusammen 30 Punkten sind hier nicht aufgelistet.

Die erforderlichen mathematischen Methoden sind dieselben wie bei der obigen Aufgabe aus NRW. Hauptunterschied: Hier kommt auch die zweite Ableitung $K''(x) = \frac{1}{20}x - \frac{1}{2}$ als Änderungsrate der ersten Ableitung mit ins Spiel (die „geringste Kostensteigerung bei 10 Kisten“ bedeutet hier $K''(10) = 0$). Kurioserweise ist die einzige mathematische Gleichung, die man wirklich wissen muss und die vermutlich nicht der Formelsammlung entnommen werden kann, die Gleichung $G(x) = E(x) - K(x)$, die besagt, dass der Gewinn sich als Differenz von Erlös und Kosten ergibt. Man könnte sich ähnliche Aufgaben auch im Fach Betriebswirtschaft vorstellen.

Ohne auf die Lösung hier im einzelnen einzugehen, muss auf folgende Besonderheit hingewiesen werden: Zwei der drei Funktionen E, K, G sind explizit gegeben, aber unabhängig davon soll $E(x)$ in Teil (a) angegeben werden. Diese Redundanz ist eher ein Witz, man kann somit auch mit den gegebenen Funktionen $E(x) = G(x) + K(x) = 25x$ berechnen. Aber natürlich war im Text gegeben, dass 25 der Erlös für 100 Gurken ist. Eigentlich hätte $K(x)$ nicht angegeben zu werden brauchen (man sollte die vier Koeffizienten ja berechnen) und $G(x)$ dann erst recht nicht. Dieses stereotype Angeben der Lösungen erleichtert solche Aufgaben ungemein: Es bedarf kaum einer Begründung, dass Rechenaufgaben leichter werden, wenn man vorher weiß, was am Ende herauskommen soll. Im Jahre 2006 war dies auch in Hamburg so nicht üblich.

Fazit: 1. Mit realen Situationen hat dies alles nur wenig zu tun. Der Text ist eher Beiwerk. Bei Abituraufgaben zur Analysis geht es häufig um ein kubisches Polynom, das gegeben ist. Damit wird heutzutage fast alles „modelliert“: Staus, Kosten, Uferlinien, Sprungschancen, andere Sport- und Spielgeräte, Gebrauchsgegenstände etc. In Wahrheit sind das meist eingekleidete Aufgaben im Sinne von Werner Blum (s. oben).

2. Die Prüflinge modellieren nichts, schon gar nicht mit *eigenen* Modellen. Alle Modelle sind genauestens im Aufgabentext gegeben. Wenn überhaupt modelliert wird, dann von den Aufgabenstellern.

3. Ergebnisse sind angegeben, obwohl man sie genauso gut berechnen könnte (z.B. Stammfunktionen).

4. Etliche Aufgabenteile werden durch Eintippen in den Taschenrechner gelöst (z.B. reines Auswerten von Funktionstermen), und für manche Aufgabenteile genügt es, lesen und etwas praktisch denken zu können (z.B. „erklären Sie die Bedeutung im Sachzusammenhang“).

5. Weil die Methoden recht begrenzt sind und weil mehrere Ergebnisse bereits gegeben sind, ist es relativ leicht, bei diesen Aufgaben die zum Bestehen erforderlichen 22,5 bzw. 45 Punkte zu erhalten (entsprechend 45 bzw. 90 Punkte für die Note „sehr gut“). Die hier aufgelisteten Teile bringen maximal 40 bzw. 70 Punkte, was der Note 2+ bzw. 2- entspricht.

Andererseits hat die Hamburger Schulbehörde explizit behauptet (Antwort auf eine Anfrage aus der Bürgerschaft), die Aufgaben in den späteren Jahren 2011 - 2013 seien – gerade wegen der jetzt geforderten „Modellierungskompetenz“ und „Problemlösekompetenz“ – gegenüber denjenigen aus älteren Jahrgängen nicht leichter, sondern eher anspruchsvoller geworden. Auch hätten sie eine höhere Komplexität.

In Wahrheit ist es wohl umgekehrt: Gerade weil man *keine* wirkliche „Modellierungskompetenz“ für diese eingekleideten Aufgaben benötigt (alles ist gegeben; vgl. W.Kühnel, loc. cit.), sind sie leichter geworden: Im Jahre 2005 hatte man noch drei Aufgaben in 270 Minuten zu bearbeiten, im Jahre 2013 nur noch zwei Aufgaben in 270 Minuten, wobei die Aufgaben vergleichbaren Umfang hatten. Die „Komplexität“ entspricht der Zahl der Aufgabenteile, und zwei mal 7 Teile sind weniger als drei mal 6.

Ein praktischer Vorschlag: Man soll getrost auch Text- und Modellierungsaufgaben zu Anwendungssituationen im Unterricht behandeln (ggfs. mit GTR- und/oder CAS-Rechner), aber im Zentralabitur sollten es weitgehend Aufgaben ohne Text sein, die sich – wenn möglich – auch ohne GTR- und CAS-Rechner lösen lassen. Echte und sinnvolle Modellierungsaufgaben dürften in schriftlichen Prüfungen höchst problematisch sein, weil diese dann tatsächlich zu schwierig würden. Dies ist in der Fachliteratur auch durchaus bekannt. Genau daraus scheinen die Pseudoanwendungen und die Scheinmodellierungen zu resultieren: Man sieht sich gezwungen, aus der Not eine Tugend zu machen, eben damit die Aufgaben nicht wirklich schwierig werden. Das erste Beispiel aus NRW oben ist da sehr bezeichnend.

Mit Aufgaben ohne viel Text lassen sich die wahren „mathematischen Kompetenzen“ übersichtlicher und gerechter testen, und Schwächen im sprachlichen Bereich („*Lesekompetenz*“) schlagen nicht mehr automatisch auf die Mathematiknote durch. Umgekehrt schlagen Schwächen im mathematischen Bereich praktisch niemals auf die Noten in Sprachen durch. Das würde man sich seitens der Lehrkräfte, der Didaktiker und der Schulbürokraten auch ganz gewiss entschieden verbitten.

Nur ein Kuriosum?

Es gab 2013 in Hamburg mehrere zulässige Kombinationen von Aufgaben beim grundlegenden und beim erhöhten Niveau, wo man mit *wörtlich gleichen Aufgabenteilen* die Klausur bestehen konnte. Weil man aber beim erhöhten Niveau 330 Minuten Zeit hatte, beim grundlegenden aber nur 270 Minuten, war die Klausur *beim erhöhten Niveau leichter zu bestehen*. Das ist in T.Jahnke et al., loc. cit. auf S. 119 sowie in W.Kühnel, loc. cit. detailliert nachgewiesen mit genauer Auflistung der betreffenden Aufgabenteile und der damit erzielbaren Noten. Bei einer Aufgabenkombination stimmen sogar die Noten bei beiden Niveaus überein.

Egal, ob das Absicht war oder nicht, es ist ein kleiner Skandal. Solche Tricks führen die Unterscheidung „*grundlegend vs. erhöht*“ praktisch ad absurdum, und diese soll ja das Nachfolgemodell der Grundkurse bzw. Leistungskurse sein. In Baden-Württemberg ist übrigens das grundlegende Niveau beim Mathematikabitur bereits abgeschafft, man hat nur noch das erhöhte. Auch das ist eine typische Inflation der Begriffe, man könnte sogar sagen: Etikettenschwindel. Die Leidtragenden sind dann stets die wirklich Leistungsfähigen, denn ihre Leistungen werden nicht mehr adäquat dokumentiert.

Ein Indiz für einen sprachlichen Niedergang?

An einer (bestimmten, hier ungenannten) deutschen Universität müssen Lehramtsstudenten in höheren Semestern ein Praktikum absolvieren und dazu einen Bericht schreiben. Normalerweise haben alle diese ein Abitur. Dennoch sieht man sich genötigt, auf einer Web-Seite dieser Universität auf folgendes hinzuweisen:

„Achten Sie unbedingt auf einen angemessenen sprachlichen Ausdruck und auf die Sprachrichtigkeit Ihres Berichtes! Es wird empfohlen, die Hilfe bzw. Dienste einer kompetenten Korrekturleskraft in Anspruch zu nehmen!“

Da fragt man sich schon, wie die „Kompetenzorientierung“, die „Sprachkompetenz“ und die guten Durchschnittsnoten im Abitur damit kompatibel sind. Dabei geht es noch nicht einmal primär um Rechtschreibung (die mehr und mehr als unwichtig gilt). Auch in der Presse finden sich schon etliche Hinweise zu diesen Schwächen angehender Lehrer. Der SPIEGEL 48/2013 berichtete am 25.11.2013 über bei einem Test festgestellte gravierende Schwächen bei Lehramtsstudierenden: *„Jeder achte künftige Pädagoge gebrauchte dabei vielfach Wörter im falschen Sinnzusammenhang, mehr als jeder dritte machte häufig Grammatikfehler. Studierende mit Migrationshintergrund, die noch schlechter abschnitten, sind dabei nicht mitgerechnet.“*

Selbst angehende Juristen zeigen deutliche Schwächen bei Rechtschreibung und Sprachgebrauch, sie benötigen bereits universitäre Nachhilfekurse dazu.²² Bei Juristen findet man das dann offenbar schlimmer als bei Lehrern, auch das ist merkwürdig. Und dies alles geschieht in Kombination mit immer besseren Abitur-Durchschnittsnoten, selbstverständlich auch im Fach Deutsch. Das muss fast zwangsläufig zu einem Teufelskreis führen, denn von wem sollen die Schüler denn Sprachgebrauch und Rechtschreibung lernen, wenn nicht von den Lehrern?

Fazit und mögliche Konsequenzen

Die obigen Beispiele von Zentralabituraufgaben zur Mathematik deuten darauf hin, dass man – ganz bewusst und vorwiegend aus politischen Gründen – das Anspruchsniveau abgesenkt hat bei gleichzeitiger Ausrichtung auf Anwendungssituationen und mathematische Modellierung. Das letztere ist zwar ein hehres Ziel und kann sich auf jahrzehntelange „Realistic Mathematical Education“ in anderen Ländern berufen, wird aber leider in der Praxis bei Aufgaben zur Analysis, zur Geometrie oder zur Matrizenrechnung nicht erreicht. Stattdessen gibt es Pseudoanwendungen und Scheinmodellierung. Die Aufgaben von TIMSS und PISA haben damit nichts zu tun, denn diese sind häufig nur Multiple-Choice-Aufgaben, die man etwa so angehen kann wie bei Quiz-Spielen im Fernsehen. Noch gibt es das im Abitur nicht.

Die Noteninflation wird dann durch einen großen Einfluss der Vornoten (auch dafür gibt es Tricks wie Präsentationen) und auch dadurch begünstigt, dass es sich (das gilt zumindest für NRW und Hamburg) eingebürgert hat, sich auf wenige stets wiederkehrende Typen von Abituraufgaben zu beschränken. Aus Lehrerkreisen wurde dem Autor wiederholt bestätigt, dass es selbstverständlich eine gezielte Vorbereitung der Abiturienten auf diese Aufgabentypen gibt („*Sammlung von Tricks*“). Die Aufgaben zum Wiederholungstermin werden dabei als „Orakel“ für das nächste Jahr genommen. Alles andere wäre aus Sicht der Schulen auch nahezu unverantwortlich. Die wirklichen „mathematischen Kompetenzen“ – auch im Sinne der offiziellen Bildungsziele – werden dabei aber gar nicht getestet und spiegeln sich logischerweise auch nicht in den Noten wider. An den Hochschulen gibt es dann nicht selten ein böses Erwachen. Die empirische Bildungswissenschaft hat bislang nicht bewiesen, dass sie solche Phänomene wie die Noteninflation und die Studierfähigkeit überhaupt zu behandeln imstande ist. Man bräuchte wohl neue Ideen, die aber aus dem jeweiligen Fach kommen müssten und nicht nur psychometrischer Natur sein können. Die herkömmlichen „Kompetenzstufen“ helfen jedenfalls nur dann weiter, wenn es nicht dieselbe Inflation auch dort gibt. Auch die Studierfähigkeit könnte man ja umdefinieren und herunterskalieren.

²²<http://www.lto.de/recht/studium-referendariat/s/pilotprojekt-lesen-bildet-mehr-sprachkompetenz-fuer-jurastudenten/>

Dies alles legt die folgenden Forderungen in einer Art von 12-Punkte-Plan nahe:

- Schluss mit dieser Entwicklung: Das Zentralabitur darf nicht dazu führen, dass die Mathematikaufgaben immer leichter und dann die Mathematikkenntnisse der Studienanfänger immer schwächer werden. Eine Rücksichtnahme auf Gesamtschulen, Stadtteilschulen und Sekundarschulen darf nicht zu einer Senkung der Ansprüche am Gymnasium führen.
- Das gilt auch für andere Fächer: Abiturienten mit schwachen sprachlichen Kenntnissen sind geradezu peinlich (Zuwanderer ausgenommen), besonders wenn sie anschließend Lehrer werden wollen.
- Schluss mit dem Abiturquotenwahn: Der Anteil derer mit Abitur oder mit anderer Hochschulzugangsberechtigung braucht keine Steigerung mehr, schon gar nicht auf Kosten des Anspruchsniveaus. Eine de facto bestehende Nicht-Gleichwertigkeit von unterschiedlichen Hochschulzugangsberechtigungen darf nicht auf Dauer de jure gelehrt werden.
- Modellierungsaufgaben im Unterricht **ja**, im schriftlichen Abitur **nein**. Lange und komplizierte Texte müssen nicht unbedingt sein. Weg mit an den Haaren herbeigezogenen Pseudoanwendungen, weg mit der Scheinmodellierung.
- Konzentration auf den mathematischen Kern der Sache, das logische Schließen und präzise Formulierungen. Kein Herumschwätzen „*im Sachkontext*“ als Prüfungsleistung.
- Deutlichere Unterschiede zwischen *GK/LK* bzw. *grundlegend/erhöht*, auch im Zentralabitur.
- Taschenrechner nur bei Aufgabentypen, bei denen das unerlässlich ist. Der Taschenrechner ist kein Selbstzweck. Keine Auswahl von Aufgabentypen nur zu dem Zweck des Rechnereinsatzes.
- Keine Aufgabenteile mehr „*nur zum Eintippen in den Taschenrechner*“.
- Wieder mehr „*berechne*“ statt „*bestätige*“ und weniger Angabe von Ergebnissen.
- Entrümpelung der überladenen Operatorenliste mit 28 Operatoren und einer krampfhaften Aufteilung in drei „Anforderungsbereiche“.²³ Mancher spricht in diesem Zusammenhang schon spöttisch von einer sich entwickelnden „*mathematischen Jurisprudenz*“,²⁴ die die Mathematik in ein juristisches Korsett zu pressen versucht. Für andere Fächer gilt das analog.
- Nicht nur wenige stereotyp wiederkehrende Aufgabentypen, sondern mehr Breite beim Variieren, im Leistungskurs (bzw. beim erhöhten Niveau) auch mathematische Beweise, z.B. solche mittels Vektorrechnung für Sachverhalte der analytischen Geometrie.
- Noteninflation stoppen: „*sehr gut*“ erst mit 95 % der Punkte.

Wolfgang Kühnel
Institut für Geometrie und Topologie
Universität Stuttgart
70550 Stuttgart

²³<http://www.hamburg.de/contentblob/3982468/data/mathematik.pdf>

²⁴Rainer Kaenders, *Von Wiskunde und Windmühlen: Über den Mathematikunterricht in den Niederlanden*, <https://eldorado.tu-dortmund.de/handle/2003/31308>