$pieltheorie und €thik

Erklärt Mathematik unser menschliches Verhalten?

Prof. Dr. Michael Eisermann
mit Dr. Friederike Stoll

`eiserm.de/popularisierung`

Ökumenisches Zentrum
der Universität Stuttgart
17. und 24.10.2022

Habe Mut, dich deines eigenen
Verstandes zu bedienen!

Much to learn, you still have.
This is just the beginning.

Kapitel A

Spieltheorie und Ethik, erster Abend

To be literate in the modern age, you need to have a general understanding of game theory.

Paul Samuelson (1915–2009), Nobelpreis 1970

Inhalt dieses Kapitels A

1 Was ist und was soll die Spieltheorie?

2 Spieltheorie und Experiment

3 Und die Moral von der G’schicht?


Universität Stuttgart - Winnersemester 2019/20
Michael €isermann
Friederike $toll
CASINO ROYAL
V57
$PIELTHEORI€
& ökonomisches Verhalten
Die Würfel sind gefallen: Die Spieltheorie geht in die zweite Runde! Diese Veranstaltung präsentiert grundlegende Modelle und Beispiele, Begriffe und Techniken der Spieltheorie: statische und dynamische Spiele, Normalform und extensive Form, vollständige und unvollständige Information, Rationalität, Nash-Gleichgewichte und verfeinerte Lösungskonzepte, Lösungsmethoden, lineare Programme und Simplexalgorithmus, Anwendungen der Mikroökonomie, kollektive Entscheidungen und Verhandlungstheorie, Koalitionen und kooperative Spieltheorie, Auktionen und Mechanismendesign. Jetzt neu: angewandt-experimentelle Spieltheorie im hauseigenen Casino Royal. Freitags 14 Uhr ist Lucky Hour. Mesdames et messieurs, faites vos jeux !
Ab 17. Oktober im Hörsaal

Was ist und was soll die Spieltheorie?

Spieltheorie versucht, strategisches / ökonomisches / menschliches Verhalten zu beschreiben, zu erklären, vorherzusagen, zu optimieren.

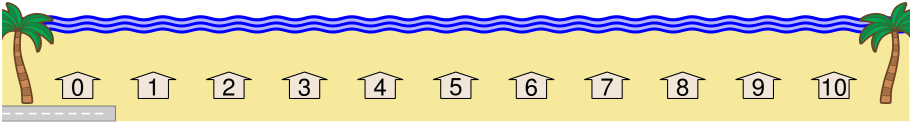
To be literate in the modern age, you need to have
a general understanding of game theory.
Paul Samuelson (1915–2009), Nobelpreis 1970

Spiele beschreiben Konflikte, Konkurrenz und Kooperation:

- Mehrere Akteure interagieren (Individuen, Firmen, Staaten, KI).
- Jeder Akteur hat gewisse Handlungsoptionen (Züge, Strategien).
- Aus diesen Möglichkeiten wählt jeder Akteur aus (frei, unabhängig).
- Daraus entsteht für jeden ein Ergebnis (Nutzen, Auszahlung, etc).
- Jeder Spieler versucht, sein eigenes Ergebnis zu maximieren.

If people do not believe that mathematics is simple,
it is only because they do not realize how complicated life is.
John von Neumann (1903–1957)

Un/Klug positionieren: Kiosk am Strand



Aufgabe: (1) Sie haben die einzige Lizenz. Wo bauen Sie Ihren Kiosk?
(2) Sie haben die erste von zwei Lizenzen. Wo bauen Sie Ihren Kiosk?
(3) Sie haben die erste von drei Lizenzen. Wo bauen Sie Ihren Kiosk?

Lösung: Bei rationalem Verhalten finden wir folgende Anordnungen:

(1)	A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(2)	0	1	2	3	B	A	6	7	8	9	10
(3)	0	1	B	C	4	5	6	7	A	9	10

Un/Klug positionieren: Kiosk am Strand

Bei Frage (2) suchen wir zu jedem Zug von A die beste Antwort von B:

A	B										1 : 10
	A	B									2 : 9
		A	B								3 : 8
			A	B							4 : 7
				A	B						5 : 6
				B	A						6 : 5
					B	A					5 : 6
						B	A				4 : 7
							B	A			3 : 8
								B	A		2 : 9
									B	A	1 : 10

Stufen der Rationalität

Definition 1A: Stufen der Rationalität

Unter **(unbeschränkter) Rationalität** verstehen wir folgende Axiome:

$\mathscr{R}_0$: Jeder Spieler will sein Ergebnis (Nutzen, Gewinn, …) maximieren.

$\mathscr{R}_1$: Jeder Spieler versteht zudem alle Spielregeln und Konsequenzen.

$\mathscr{R}_2$: Es gilt die vorige Aussage $\mathscr{R}_1$, und jeder Spieler weiß dies.

$\mathscr{R}_3$: Es gilt die vorige Aussage $\mathscr{R}_2$, und jeder Spieler weiß dies.

etc… Genauer definieren wir für jedes $n \in \mathbb{N}_{\ge 2}$ die Aussage

$\mathscr{R}_n$: Es gilt die Aussage $\mathscr{R}_{n-1}$, und jeder Spieler weiß dies.

$\mathscr{R}_\infty$: Es gilt die Aussage $\mathscr{R}_n$ für jede Stufe $n \in \mathbb{N}$.

Beispiel: ein Erbe teilen

Aufgabe: Alice und Bob erben $1\,000\,000$€. Das Testament verlangt: Alice nennt dem Notar eine Teilung, x für Bob und $1\,000\,000 - x$ für Alice. Dies kann Bob nun annehmen… oder ablehnen, dann verfällt das Erbe. Was wird passieren? rational? irrational? Ist das Ergebnis gerecht?

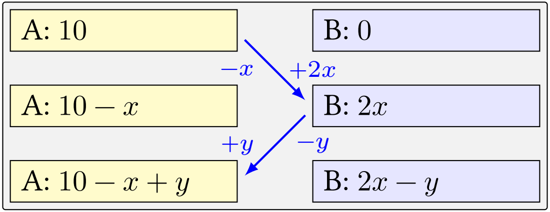
Lösung: $\mathscr{R}_0$: Jeder will seine Auszahlung maximieren.

$\mathscr{R}_1$: Bob wird jeden Vorschlag $x > 0$ annehmen.

$\mathscr{R}_2$: Alice weiß dies und schlägt $x = 1$€ vor.

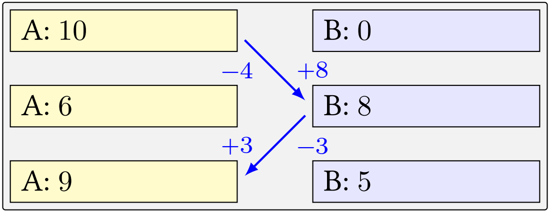
Ein erstes Experiment: „Hin-und-Rück“

Zwei Spieler A und B interagieren anonym über eine Datenleitung.

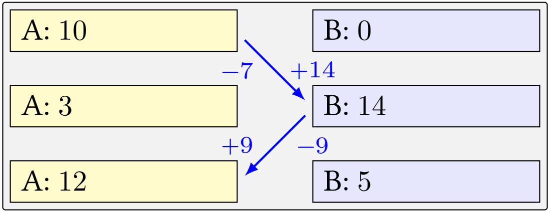


Ein erstes Experiment: „Hin-und-Rück“

Beispiel 1:



Beispiel 2:



Ein erstes Experiment: „Hin-und-Rück“

Zweites Experiment: „Allmende“

Sie bekommen ein Startbudget von 10€. Davon können Sie zwischen 0€ und 10€ in einen gemeinsamen Topf spenden. Dabei wird jede Spende verdreifacht. Der gemeinsame Topf wird gleichmäßig aufgeteilt.

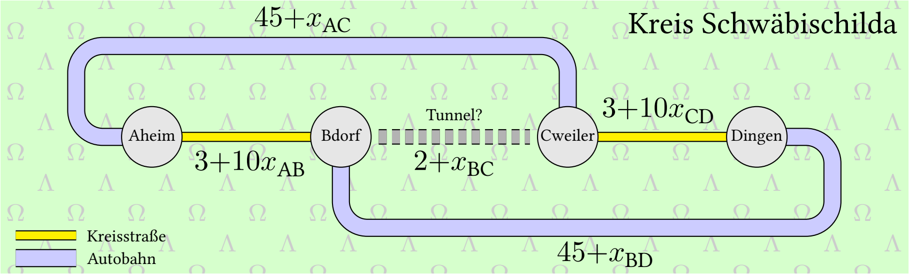
Einfache Beispiele zum interaktiven Ausprobieren:

(1) Angenommen, jeder spendet 0€. Dann hat am Ende jeder 10€.

(2) Angenommen, jeder spendet 10€. Dann hat am Ende jeder 30€.

(3) Angenommen, eine Hälfte spendet 0€, die andere 10€.
Dann bekommt jeder 15€ aus dem gemeinsamen Topf; am Ende hat die eine Hälfte $10 + 15 = 25$€, die andere Hälfte $0 + 15 = 15$€.

Paradoxer Verkehrsfluss nach Braess



Täglich pendeln 6000 Autofahrer von Aheim nach Dingen, entweder über Bdorf (ABD) oder über Cweiler (ACD). Angegeben sind die Fahrzeiten in Minuten, wobei $x_{ij} \in [0, 6]$ jeweils die Autozahl in Tausend ist. **Aufgabe:**

(1) Finden Sie alle Gleichgewichte: Welcher Verkehrsfluss stellt sich ein?
Lösung: Aufteilung $3000 : 3000$, Fahrzeit jeweils 81 Minuten.

(2) Zur Verkürzung der Fahrzeit plant der Landkreis einen Autobahntunnel von Bdorf nach Cweiler. Hilft das oder nicht? Rechnen Sie es aus!
Lösung: Aufteilung $2000 : 2000 : 2000$, Fahrzeit jeweils 90 Minuten!

Wie verhalten sich Ratio und Moral?

Handle nur nach derjenigen Maxime, durch die du zugleich wollen kannst, dass sie ein allgemeines Gesetz werde.
Immanuel Kant (1724-1804), *Kritik der praktischen Vernunft* (1788)

Erst kommt das Fressen, dann die Moral.
Bertolt Brecht (1898-1956), *Dreigroschenoper* (1928)

🙂 Gleichsinnige, günstige Ausrichtung [*alignment*]: Ratio $=$ Moral

🙁 Gegensinnige Ausrichtung [*misalignment*, Dilemma]: Ratio $\neq$ Moral

Fazit: Was ist und was soll die Spieltheorie?

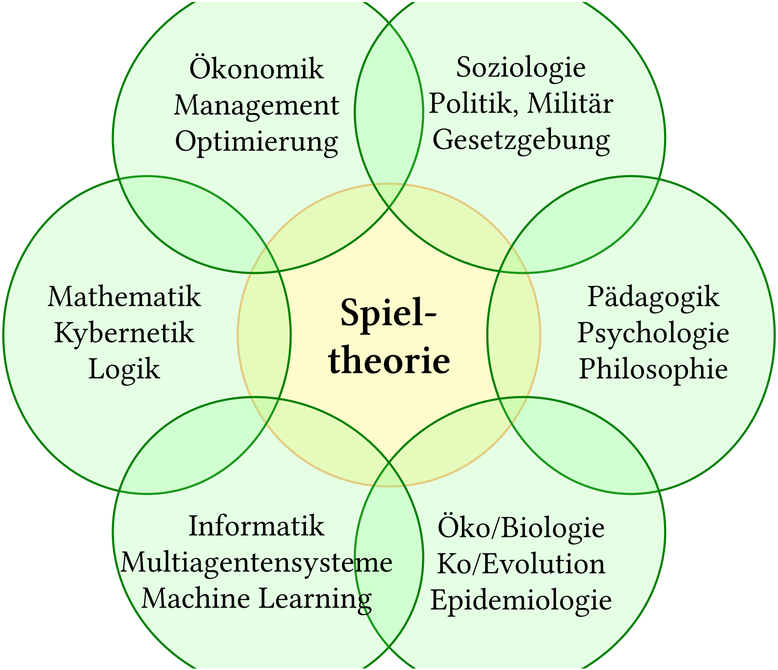
Spieltheorie versucht, strategisches / ökonomisches / menschliches Verhalten zu beschreiben, zu erklären, vorherzusagen, zu optimieren.
🙂 Sie bietet eine Sprache zur Beschreibung von Konflikten
🙂 und umfangreiche Werkzeuge zur ihrer Analyse.

Rationales Verhalten können wir berechnen, menschliches beobachten.
🙂 In günstigen Fällen können wir reales Verhalten rational erklären.
☹ Meist weichen Beobachtung & Experiment von der Theorie ab.
Unbeschränkte Rationalität ist selten, Komplexität (über)fordert.

Mechanismen: Regeln gestalten, Verhalten fördern, Ziele erreichen.
Erziehung, Hoch/Schule, Gesellschaft, Wirtschaft, Gesetzgebung, etc.

To be literate in the modern age, you need to have a general understanding of game theory.
Paul Samuelson (1915–2009), Nobelpreis 1970

Wer nutzt Spieltheorie?



Kapitel B

Spieltheorie und Ethik, zweiter Abend

To be literate in the modern age, you need to have
a general understanding of game theory.
Paul Samuelson (1915–2009), Nobelpreis 1970

Inhalt dieses Kapitels B

1 Wiederholte Spiele, soziales Lernen und Kooperation

2 Gerechtigkeit zwischen den Generationen

3 Und die Moral von der G'schicht?

Was ist und was soll die Spieltheorie?

Spieltheorie versucht, strategisches / ökonomisches / menschliches Verhalten zu beschreiben, zu erklären, vorherzusagen, zu optimieren.

Die Sehnsucht nach Glück, das Verlangen nach einem erfüllten Leben, ist von jeher tief im menschlichen Herzen verwurzelt. Es hängt großenteils von unserem eigenen Handeln und von den Beziehungen zwischen uns Menschen ab, ob dieser Wunsch verwirklicht wird. Was ist aber dieses Handeln, das die einzelnen Personen, die Gemeinschaften und die Völker zu einem wahrhaft gelungenen Leben, zum Glück führt? Wie kann man es bestimmen?

Päpstliche Bibelkommission, *Bibel und Moral* (2008)

Worum geht es bei wiederholten Spielen? Anwendungen:

- Langfristige Verträge, etwa Arbeits- oder Kooperationsverträge.
- Teamarbeit, soziale Bindungen, Konventionen und Sanktionen.
- Familiäre Bindungen, etwa Ehe oder Kindererziehung.

Wiederholte Spiele

Fool me once, shame on you!
Fool me twice, shame on me!

On peut tromper une fois mille personnes,
mais on ne peut pas tromper mille fois une personne.

Wiederholte Spiele: vom Konflikt zur Kooperation?

Alice und Bob spielen das folgende Spiel:

A \ B	0	1
0	0, 0	6, −2
1	−2, 6	4, 4

Aufgabe: (1) Spielen wir es! … Was ist rational bei einmaligem Spiel?

(2a) bei zweimaligem Spiel? … Auszahlungen mit $1/2$ diskontiert.
(2b) bei zweimaligem Spiel? … Münzwurf, Fortsetzungswkt $1/2$.
(3) bei dreimaligem Spiel? … Münzwurf, Fortsetzungswkt $1/2$.
(4) bei viermaligem Spiel? … Münzwurf, Fortsetzungswkt $1/2$.
(5) bei fünfmaligem Spiel? … Münzwurf, Fortsetzungswkt $1/2$.

(6) bei unendlichem Spiel? … Münzwurf, Fortsetzungswkt $1/2$.

Kreative Summation nach Guido Grandi (1703)

These: Jedes mathematische Phänomen lässt sich finanziell ausnutzen.
Ziel: Ich will aus nichts Geld machen. Hier mein genialer Businessplan:

$$\begin{array}{lccccccccc}
 & 0 \\
\overset{\text{(a)}}{=} & 0 & + & 0 & + & 0 & + & 0 & + & \dots \\
\overset{\text{(b)}}{=} & (1-1) & + & (1-1) & + & (1-1) & + & (1-1) & + & \dots \\
\overset{\text{(c)}}{=} & 1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & \mp & \dots \\
\overset{\text{(d)}}{=} & 1 & + & (-1+1) & + & (-1+1) & + & (-1+1) & + & \dots \\
\overset{\text{(e)}}{=} & 1 & + & 0 & + & 0 & + & 0 & + & \dots \\
\overset{\text{(f)}}{=} & 1
\end{array}$$

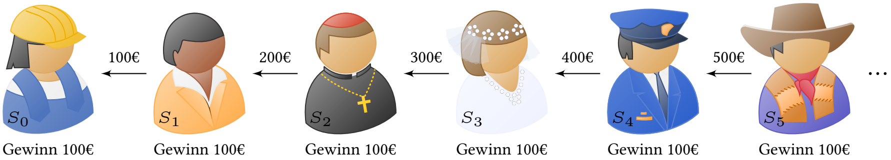
Schneeballsystem und Ponzi–Betrug

Charles Ponzi: „Investieren Sie jetzt, alle werden gewinnen!“

Absolut verlässliche Garantie

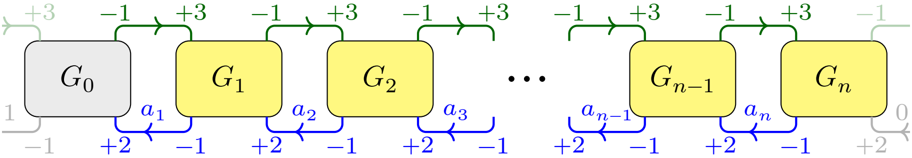
Ich bin ein grundehrlicher Garantieschein und immer verlässlich.
Wer mich für n *Euro kauft, darf mich für* $n + 100$ *Euro verkaufen.*
Dank dieser Eigenschaft bringe ich allen Wohlstand und Glück.

These: Jedes mathematische Phänomen lässt sich finanziell ausnutzen.



Wundersame Vermehrung des Geldes: *Everyone’s a winner?*

Überlappende Generationen: endliche Generationenfolge



Jede Generation G_i kennt nur die Aktion $a_{i-1} \in \{0, 1\}$ ihrer Eltern G_{i-1}. Sie entscheidet sich daraufhin entweder für Egoismus ($a_i = 0$) oder Altersversorgung ($a_i = 1$). Ihre Auszahlung ist $u_i = 2 - 1a_i + 2a_{i+1}$.

Jede Generation G_i hat demnach vier mögliche Strategien:

Egoist	$E = \left[\begin{smallmatrix} 0\mapsto 0 \\ 1\mapsto 0 \end{smallmatrix}\right]$,	Altruist	$A = \left[\begin{smallmatrix} 0\mapsto 1 \\ 1\mapsto 1 \end{smallmatrix}\right]$,
Kontra	$K = \left[\begin{smallmatrix} 0\mapsto 1 \\ 1\mapsto 0 \end{smallmatrix}\right]$,	Nachmacher	$N = \left[\begin{smallmatrix} 0\mapsto 0 \\ 1\mapsto 1 \end{smallmatrix}\right]$.

Aufgabe: Untersuchen Sie den endlichen Fall $n < \infty$, dann $n = \infty$. Was sind hier Gleichgewichte? Kann Altersversorgung rational sein?

Fazit: Was ist und was soll die Spieltheorie?

Spieltheorie versucht, strategisches / ökonomisches / menschliches Verhalten zu beschreiben, zu erklären, vorherzusagen, zu optimieren.

Rationales Verhalten können wir berechnen, menschliches beobachten.
🙂 In günstigen Fällen können wir reales Verhalten rational erklären.

Mechanismen: Regeln gestalten, Verhalten fördern, Ziele erreichen.
Erziehung, Hoch/Schule, Gesellschaft, Wirtschaft, Gesetzgebung, etc.

To be literate in the modern age, you need to have a general understanding of game theory.
Paul Samuelson (1915–2009), Nobelpreis 1970

Wer nutzt Spieltheorie?