

## Schriftliche Aufgaben

Name:

### Aufgabe 7

Gegeben ist die Behauptung „Es gibt keine größte natürliche Zahl“.

a) Gib die Gegenannahme an:

b) Nun soll aus der Gegenannahme ein Widerspruch hergeleitet werden. Fülle dazu den Lückentext aus.

Wir nennen die  natürliche Zahl  $n_{\max}$ .

Dann ist  $n_{\max} + 1$  eine  Zahl, und es gilt   $>$  .

Damit wurde eine  natürliche Zahl konstruiert.

Dies steht im Widerspruch dazu, dass  die größte natürliche Zahl ist.

Also ist die Gegenannahme .

Dies beweist, dass

### Aufgabe 8

Durch Widerspruch soll die folgende Aussage bewiesen werden:

Ist  $x$  eine reelle Zahl und gilt  $x^2 + 3x + 1 \leq 11$ , dann folgt  $x \leq 2$ .

a) Gib die Voraussetzungen an:

b) Gib die Behauptung an:

c) Formuliere die Gegenannahme:

d) Leite aus der Gegenannahme einen Widerspruch zur Voraussetzung her.

**Aufgabe 9**

In dieser Aufgabe geht es um rationale und irrationale Zahlen. Du darfst ohne Beweis verwenden, dass für rationale Zahlen  $x, y$  auch die Summe  $x + y$  und die Differenzen  $x - y, y - x$  rationale Zahlen sind.

Gegeben ist die Aussage

Ist  $x$  eine rationale Zahl, so ist  $\sqrt{2} + x$  irrational.

a) Gib die Voraussetzung an:

b) Gib die Behauptung an:

c) Formuliere die Gegenannahme:

d) Leite aus der Gegenannahme einen Widerspruch her. Definiere dazu  $y = \sqrt{2} + x$ .

**Aufgabe 10**

Gegeben ist die Behauptung „ $\sqrt{3}$  ist irrational“.

a) Formuliere die Gegenannahme:

b) Führe die Gegenannahme zum Widerspruch.