Schriftliche Aufgaben

Aufgabe 7

Beweise durch Fallunterscheidung: Für beliebiges $n \in \mathbb{N}$ ist das Produkt $n(n+1)$ durch 2 teilbar.

Beweis:

Aufgabe 8

Sind zwei reelle Zahlen x, y gegeben, so bezeichnet $\min\{x, y\}$ die kleinere der beiden Zahlen. Beweise mit Fallunterscheidung, dass für alle reellen Zahlen x, y gilt:

$$x + y - |x - y| \;=\; 2\min\{x, y\}.$$

Unterscheide die zwei Fälle, in denen $|x - y|$ ohne Betrag geschrieben werden kann.

Beweis:

Fall $\boxed{}$: In diesem Fall gilt $\min\{x, y\} = \boxed{}$, $|x - y| = \boxed{}$ und

$x + y - |x - y| = \boxed{}$.

Fall $\boxed{}$: In diesem Fall gilt $\min\{x, y\} = \boxed{}$, $|x - y| = \boxed{}$ und

$x + y - |x - y| = \boxed{}$.

Weiter auf Seite 2

Aufgabe 9

Gib jeweils an, welche Fälle Du zum Beweis der angegebenen Aussage bzw. zur Lösung der Fragestellung unterscheiden würdest. Nur die Fallunterscheidungen angeben!

Aussage/Fragestellung	Fallunterscheidung
Für welche reellen Zahlen x gilt $\lvert 2x-1\rvert = 3$?	
Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \big\lvert 4x+5-\lvert x+1\rvert\big\rvert$. Stelle $f(x)$ auf geeigneten Mengen ohne Beträge dar.	
Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $n(n^2-1)$ durch 3 teilbar.	
Von einem Dreieck sind zwei verschiedene Seitenlängen und ein Winkel bekannt. Beschreibe, wie ein solches Dreieck konstruiert werden kann. *Hinweis:* Drei Fälle!	

Aufgabe 10

Gegeben ist das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} (x^2-4)(y^2-1) &= 0 \\ x+2y &= 4 \end{aligned}$$

Gesucht sind alle Punkte $(x \mid y)$, deren Koordinaten x, y beide Gleichungen erfüllen.

a) Gib an, welche drei Fälle für die Variable x unterschieden werden müssen.

Fall 1: $x \neq \boxed{}$ und $x \neq \boxed{}$.

Fall 2: $x = \boxed{}$.

Fall 3: $x = \boxed{}$.

b) Gib alle Lösungen des Gleichungssystems an:

$L = \boxed{\Big\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \Big\}}$