# Schriftliche Aufgaben

## Name:

### Aufgabe 9

Kreuze bei den folgenden Aufgaben jeweils an, ob die angegebene Aussage wahr oder falsch ist. Begründe deine Antwort durch einen Beweis oder ein Gegenbeispiel.

**a)** Eine natürliche Zahl $n$ ist genau dann durch $3$ und durch $6$ teilbar, wenn sie durch $18$ teilbar ist. ☐ wahr ☐ falsch

Beweis/Gegenbeispiel:

**b)** Lässt $n$ beim Teilen durch $3$ den Rest $1$, dann lässt $n^2$ beim Teilen durch $3$ ebenfalls den Rest $1$. ☐ wahr ☐ falsch

Beweis/Gegenbeispiel:

**c)** Seien $a, b$ beliebige Aussagen. Dann haben die Aussagen $\neg(a \to b)$ und $a \wedge \neg b$ den selben Wahrheitswert. ☐ wahr ☐ falsch

Beweis/Gegenbeispiel:

**d)** Ist $x$ eine positive reelle Zahl, dann folgt $x^2 < x^3$. ☐ wahr ☐ falsch

Beweis/Gegenbeispiel:

Weiter auf Seite 2

## Aufgabe 10

**a)** Gib bei jeder Aussage die Voraussetzung und die Behauptung an.

**a$_1$)** Ist $n \geq 5$ und sind $n$ und $n+2$ Primzahlen, dann ist $n+4$ durch $3$ teilbar.

Voraussetzung:

Behauptung:

**a$_2$)** Für beliebige Aussagen $p$ und $q$ ist die Aussage $p \vee q \vee \neg p$ immer wahr.

Voraussetzung:

Behauptung:

**b)** Forme die angegebenen Sätze jeweils in zwei wenn-dann-Aussagen um, die zusammen die Aussage des Satzes ergeben.

**b$_1$)** Ein Dreieck ist genau dann gleichschenklig, wenn es zwei gleich große Innenwinkel besitzt.

Wenn ,

dann ,

und wenn ,

dann .

**b$_2$)** Für jede durch $5$ teilbare Zahl $n$ ist auch $n^2$ durch $5$ teilbar, und umgekehrt.

Wenn ,

dann ,

und wenn ,

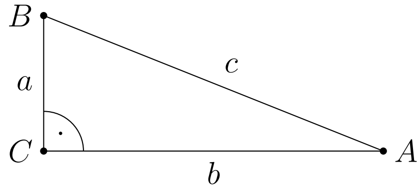
dann .

Weiter auf Seite 3

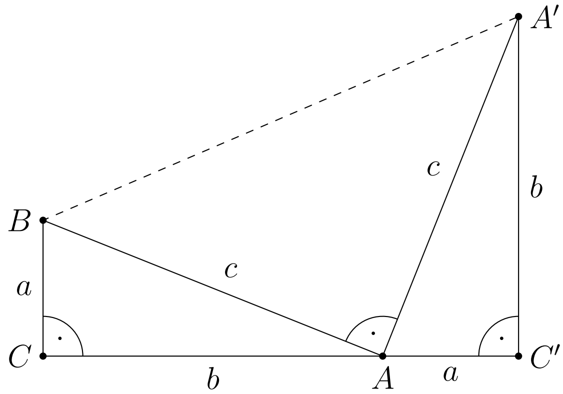
## Aufgabe 11

Der Satz des Pythagoras besagt: In einem Dreieck mit den Seiten $a, b, c$ gilt: Schließen die Seiten $a, b$ einen rechten Winkel ein, so folgt für die Seitenlängen

$$a^2 + b^2 = c^2.$$




Zum Beweis nach J. Garfield (ehemaliger Präsident der USA) wird nebenstehende Konstruktion verwendet: Das Dreieck wird um $90°$ gedreht, und, wie in der Skizze zu sehen, verschoben an das ursprüngliche Dreieck angefügt. Dadurch bilden die beiden Seiten $c$ in $A$ einen rechten Winkel. Nun kann die Fläche $F$ des Trapezes $A'BCC'$ auf zwei verschiedene Arten berechnet werden.




**a)** Berechne die Trapezfläche $F$ mit Hilfe der Flächenformel für Trapeze aus den Seitenlängen $a$, $b + a$ und $b$.

$F = \boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxxxxxx}}$

**b)** Berechne die Fläche $F_1$ des rechtwinkligen Dreiecks $ABC$ aus den Seitenlängen $a$ und $b$. Beachte, dass bei einem rechtwinkligen Dreieck eine Kathete als Höhe betrachtet werden kann, wenn die andere Kathete als Grundseite verwendet wird.

$F_1 = \boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxxxxxx}}$

**c)** Berechne die Trapezfläche $F$ als Summe der drei Dreiecksflächen aus den Längen $a$, $b$ und $c$.

$F = \boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxxxxxx}}$

**d)** Setze beide Formeln gleich, die du für die Fläche erhalten hast, und löse nach $a^2 + b^2$ auf.

**e)** Es folgt die Formel $a^2 + b^2 = \boxed{\phantom{xxxx}}$