## Schriftliche Aufgaben

Name:

## Aufgabe 4

Wahr oder falsch? Kreuze an!

	wahr	falsch
Die diophantische Gleichung $ax+by=c$ besitzt entweder keine oder unendlich		
viele ganzzahlige Lösungen $(x \mid y)$ .		
Gilt $ggT(a,b) \mid c$ , dann hat die Gleichung $ax + by = c$ genau eine ganzzahlige		
Lösung $(x \mid y)$ .		
Gilt $ggT(a,b) \mid c$ , dann hat die Gleichung $ax + by = c$ unendlich viele ganz-		
zahlige Lösungen $(x \mid y)$ .		
Hat die diophantische Gleichung $ax + by = c$ mindestens eine ganzzahlige		
Lösung $(x \mid y)$ , so folgt $ggT(a,b) \mid c$ .		
Mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus berechnet man eine ganzzahlige		
Lösung $(x \mid y)$ von $ax + by = ggT(a, b)$ .		
Mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus berechnet man alle ganzzahligen		
Lösungen $(x \mid y)$ von $ax + by = ggT(a, b)$ .		
Ist $(x_0 \mid y_0)$ eine ganzzahlige Lösung von $ax + by = c$ , so sind alle Lösungen		
durch $(x_0 + kb \mid y_0 - ka)$ mit $k \in \mathbb{Z}$ gegeben.		
Ist $(x_0 \mid y_0)$ eine ganzzahlige Lösung von $ax + by = \operatorname{ggT}(a, b)$ , so ist		
$(x \mid y) = (5x_0 \mid 5y_0)$ eine Lösung von $ax + by = 5ggT(a, b)$ .		

## Aufgabe 5

Gegeben ist die diophantische Gleichung

$$71x + 43y = 2. (*)$$

- a) Die Zahlen a=71 und b=43 sind Primzahlen. Gib den größten gemeinsamen Teiler an.  ${\rm ggT}(71,43)= \boxed{ }$
- b) Warum ist  $(x \mid y) = (-3 \mid 5)$  eine Lösung von (\*)?
- c) Gib alle Lösungen der Gleichung (\*) an.

Alle Lösungen  $(x \mid y) =$ 

d) Gib alle Lösungen der Gleichung 71x + 43y = 8 an.

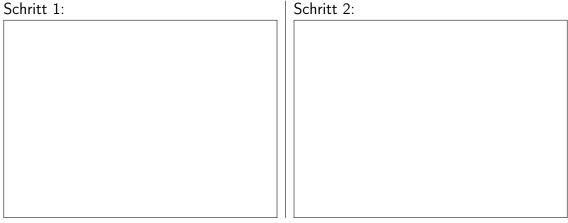
Alle Lösungen  $(x \mid y) =$ 

## Aufgabe 6

Gegeben ist die diophantische Gleichung

$$108x + 300y = 60. (*)$$

a) Führe den erweiterten euklidischen Algorithmus durch, um ggT(108,300) und eine ganzzahlige Lösung  $(x\mid y)$  der Gleichung 108x+300y=ggT(108,300) zu erhalten.



$$ggT(108, 300) =$$

Eine Lösung der Gleichung 108x + 300y = ggT(108, 300):  $(x \mid y) =$ 

- **b)** Gib eine Lösung von (\*) an. Lösung:  $(x \mid y) =$
- c) Vereinfache die Gleichung (\*), indem Du sie durch eine möglichst große Zahl teilst.

  Vereinfachte Gleichung:

  Für die Lösungen von (\*) und die Lösungen der vereinfachten Gleichung gilt:
- d) Gib alle Lösungen von (\*) an. Alle Lösungen von (\*):  $(x \mid y) =$