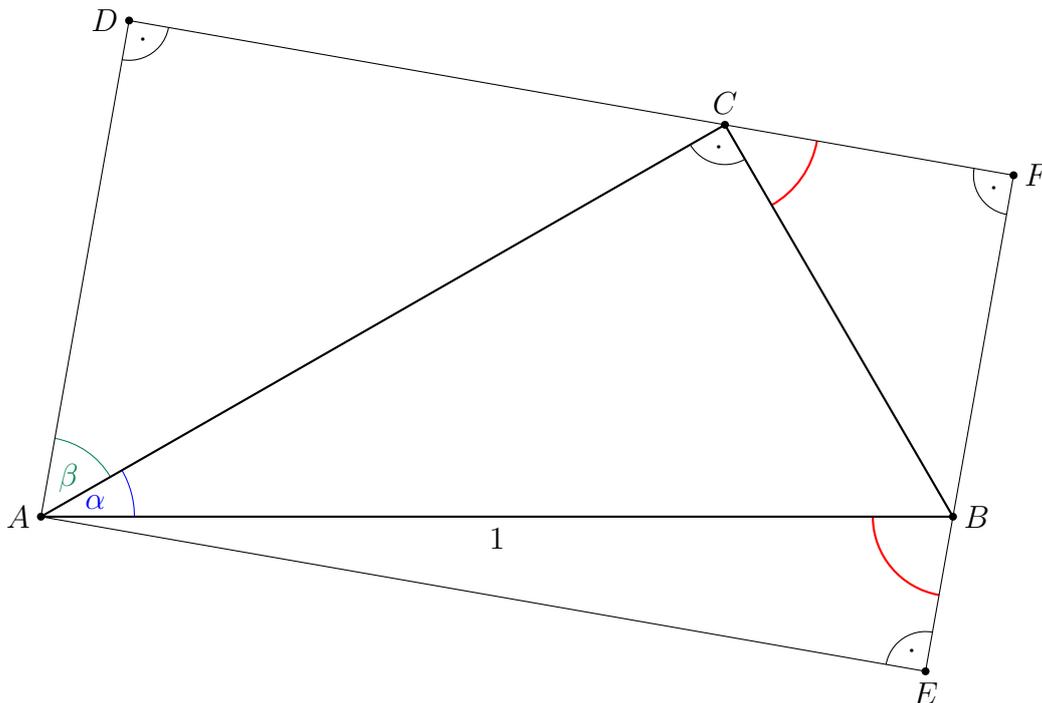


Die Additionstheoreme

Aufgabe 3

Gegeben sind zwei Winkel α, β mit $0 < \alpha + \beta < 90^\circ$. Das Ziel dieser Aufgabe ist, die Werte von $\sin(\alpha + \beta)$ und $\cos(\alpha + \beta)$ geometrisch aus den Werten von $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$, $\sin(\beta)$ und $\cos(\beta)$ zu bestimmen. Hierzu wird zunächst ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit Hypotenusenlänge 1 und dem gegebenen Winkel α beim Punkt A gezeichnet. Beachte, dass der Winkel beim Punkt B im Allgemeinen nicht mit dem gegebenen Winkel β übereinstimmt. Zu diesem Dreieck wird wie in der Zeichnung dargestellt ein Rechteck konstruiert, so dass die Seite AD mit der Dreiecksseite AC den gegebenen Winkel β einschließt und die Dreieckspunkte B, C auf den Rechteckseiten liegen.



- Wie berechnet sich der Winkel bei B im Dreieck ABC aus dem Winkel α ?
- Gib die Größen der beiden rot eingezeichneten Winkel in Abhängigkeit von α, β an und schreibe die Ergebnisse in die Zeichnung.
- Schreibe an jede der Strecken die Länge als Funktion von α, β .

Da die gegenüberliegenden Seiten des Rechtecks $AEFD$ gleich lang sind, folgt

$$\sin(\alpha + \beta) =$$

$$\cos(\alpha + \beta) =$$