

Zusatzaufgabe 4

Sei x mit $0 < x < 1$ fest gewählt. Gegeben ist die Folge (a_n) mit $a_n = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$.
Beweise, dass (a_n) konvergiert.

Tipp: Benütze die in der vorigen Aufgabe bewiesene Beschränktheit.

Zusatzaufgabe 5

Sei (a_n) eine Folge mit positiven Folgengliedern $a_n \geq 0$ und mit der zusätzlichen Eigenschaft, dass $a_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt. Die Folge (s_n) sei definiert durch

$$s_n := a_1 + a_2 + \dots + a_n.$$

Beweise, dass (s_n) konvergiert.