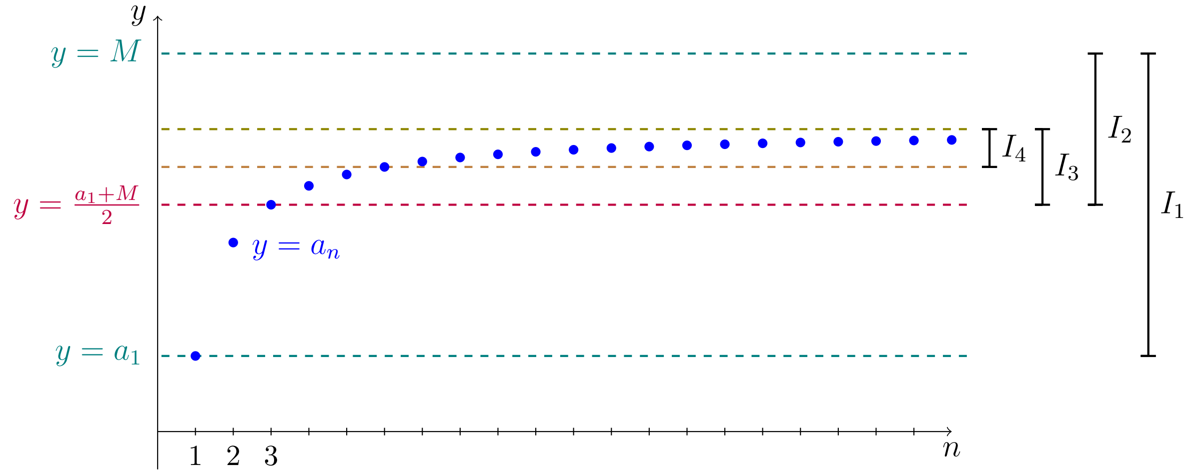
Der Hauptsatz über monotone Folgen

Satz: Eine Folge (a_n), die monoton wachsend und nach oben beschränkt ist, ist konvergent.

Beweisidee: (a_n) ist nach oben beschränkt $\Rightarrow$ [ ] für alle $n \in \mathbb{N}$.



Schritt 1: Betrachte das Intervall [ ].
Alle Folgenglieder a_n liegen in diesem Intervall.

Schritt 2: Setze [ ]

Teile I_1 in die zwei Teilintervalle [ ] und [ ] auf.

Falls in beiden Teilintervallen [ ] der a_n liegen,

konvergiert (a_n) gegen [ ]. Fertig, Grenzwert gefunden.
Andernfalls wähle als I_2 dasjenige der beiden Teilintervalle, in dem

[ ] der a_n liegen.

Schritt 3: Halbiere I_2 entsprechend.

Falls in beiden Teilintervallen [ ] der a_n liegen,

konvergiert (a_n) gegen die Intervallmitte von I_2. Fertig, Grenzwert gefunden.
Andernfalls wähle als I_3 dasjenige der beiden Teilintervalle, in dem

[ ] der a_n liegen.

Schritt 4: Halbiere I_3 entsprechend ...

So erhält man einen Grenzwert oder eine Intervallschachtelung $I_1, I_2, I_3, \ldots$, die sich auf eine relle Zahl a zusammenzieht

([ ]).

Diese Zahl a ist dann der Grenzwert der Folge (a_n). Fertig, Grenzwert gefunden.