Die 5 platonischen Körper und Graphen

Aufgabe 11

In dieser Aufgabe zeigen wir: Jeder platonische Graph ist isomorph zu einem der Graphen von Tetraeder, Würfel, Oktaeder, Dodekaeder, Ikosaeder. Fülle dazu die Lücken aus.

Wir betrachten einen platonischen Graphen mit e Ecken, k Kanten und f Flächen. Seien zusätzlich g der Eckengrad, den jede Ecke besitzt, und n die Anzahl der Kanten, die jede Fläche begrenzen.

Jede Ecke hat den Eckengrad g $\Rightarrow$ es gibt $\boxed{}$ Enden von Kanten.

Da jede Kante $\boxed{}$ Enden besitzt, gibt es insgesamt $k = \boxed{}$ Kanten.
Umformen nach der Anzahl der Ecken e liefert

$$e = \boxed{}. \qquad (*)$$

Addiert man die Anzahl der Kanten, die die Flächen begrenzen, so zählt man jede Kante doppelt
$\Rightarrow$ Der Graph besitzt $k = \boxed{}$ Kanten. Umformen nach der Anzahl der Flächen liefert

$$f = \boxed{}. \qquad (**)$$

Setzt man $(*)$ und $(**)$ für e und f in die eulersche Formel ein, so erhält man

$$2 = e - k + f \quad \Rightarrow \quad 2 = \boxed{}.$$

Teilt man auf beiden Seiten durch $2k$, so erhält man die Gleichung $\boxed{}$.

Nach dem ersten Satz gilt $g \geq 3$ und $n \geq 3$. Deshalb müssen wir jetzt einfach durchprobieren, für welche Werte von g und n wir Lösungen für k finden. Starte dazu mit $g = 3$ und erhöhe n solange, bis du keine sinnvolle Lösung mehr für k findest. Fahre dann mit dem nächst größeren g fort.

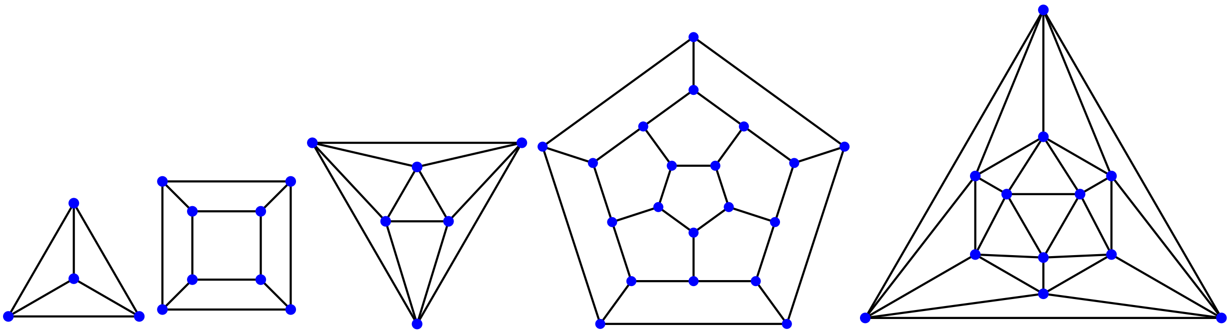
g	n	$\frac{1}{g} + \frac{1}{n} - \frac{1}{2}$	k	Name
3	3			

Warum sind wir mit den hier betrachtetet Werten für g und n fertig und müssen nicht alle möglichen Kombinationen durchgehen?

Weiter auf nächster Seite

Aufgabe 12

Untersuche ob die 5 platonischen Graphen eulersch und/oder hamiltonsch sind.



Tetraeder Hexaeder Oktaeder Dodekaeder Ikosaeder

	Tetraeder	Hexaeder	Oktaeder	Dodekaeder	Ikosaeder
ist eulersch					
ist hamiltonsch					