

Bipartite Kreise

Wann sind Graphen, die nur aus Ecken auf einem Kreis bestehen, bipartit?

Wir untersuchen folgende Fragestellung: Für welche natürlichen Zahlen n ist ein Graph, der nur aus n Ecken auf einem Kreis besteht, bipartit?

Schritt 1: Untersuche Beispiele für „kleine“ n von 2 bis 7.

n	2	3	4
Graph			
bipartit?			
n	5	6	7
Graph			
bipartit?			

Schritt 2: Stelle eine Vermutung auf, wie die obige Frage beantwortet werden kann.

Vermutung:

Gegeben ist ein Graph, der nur aus n Ecken auf einem Kreis besteht.

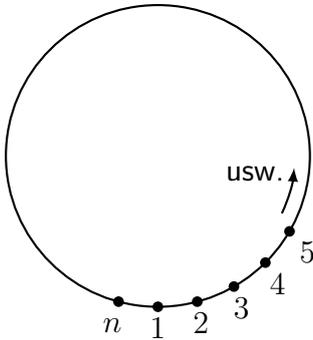
Falls n eine Zahl ist, dann ist der Graph bipartit.

Falls n eine Zahl ist, dann ist der Graph nicht bipartit.

Weiter auf nächster Seite

Schritt 3: Beweise deine Vermutung durch geeignetes Färben der Ecken.

Die Ecken benennen wir hierzu gegen den Uhrzeigersinn mit den Zahlen 1 bis n . Beginne nun mit dem Färben, indem du Ecke 1 grün färbst und gegen den Uhrzeigersinn fortfährst. Welche Farbe haben dann die Ecken 2, 3, 4 usw.?



Für die Ecke mit der Nummer k ergibt sich folgender Zusammenhang:

Falls k eine Zahl ist, dann ist die Ecke k grün.

Falls k eine Zahl ist, dann ist die Ecke k rot.

Zwischen welchen beiden benachbarten Ecken kann überhaupt ein Konflikt bei der Färbung auftreten?

Zwischen der Ecke mit der Nummer und der Ecke mit der Nummer .

Falls n ist, sind beide Ecken unterschiedlich gefärbt, und es gibt keinen Konflikt. In diesem Fall ist der Graph bipartit.

Falls n ist, sind beide Ecken gleich gefärbt, und es gibt einen Konflikt. In diesem Fall ist der Graph nicht bipartit.