Apl. Prof. Dr. Jens Wirth,
FB Mathematik, Universität Stuttgart **Abgabe am 23. April 2019**

Schulmathematik — Blatt 1

Die Furcht vor der Mathematik steht der Angst erheblich näher als der Ehrfurcht.
(Felix Auerbach; 1856 – 1933)

Hausaufgaben:

1.1. (Euklidischer Algorithmus) Berechnen Sie in den folgenden Fällen jeweils das kleinste gemeinsame Vielfache als $\mathrm{kgV}(a,b) = ab/\,\mathrm{ggT}(a,b)$:

(a) $\mathrm{kgV}(1224, 1275) \in \mathbb{Z}$

(b) $\mathrm{kgV}(1071, 861) \in \mathbb{Z}$

(c) $\mathrm{kgV}(x^5 + 3x^4 + 2x^3 - x^2 - 3x - 2, x^5 + 4x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 8x - 6) \in \mathbb{Q}[x]$

1.2. (Umwandlung von und in Kettenbrüche) Stellen Sie folgende rationale Zahlen als endliche Kettenbrüche der Form $[a_0, a_1, \dots, a_n]$ mit $a_i \in \mathbb{N}$ und $a_0 \in \mathbb{N}_0$ dar:

(a) $\frac{46}{32}$, **(b)** $\frac{75}{19}$, **(c)** $\frac{762}{499}$, **(d)** $\frac{1000}{301}$.

Bestimmen Sie die Darstellungen folgender endlicher Kettenbrüche als vollständig gekürzte Brüche der Form p/q mit $p \in \mathbb{Z}$ und $q \in \mathbb{N}$:

(e) $[2, 2, 2, 3]$, **(f)** $[0, 1, 5, 2, 1]$, **(g)** $[0, 1, 2, 3]$.

1.3. (Diagonale im regelmäßigen Fünfeck) Zeigen Sie, dass im regelmäßigen Fünfeck Diagonale und Seite inkommensurabel sind. (Hinweis: Zeichnen Sie zunächst alle Diagonalen ein)

1.4. (Fibonacci-Zahlen) Das n-te Glied der durch $F_1 := F_2 := 1$ und $F_n := F_{n-1} + F_{n-2}$ für $n \geq 3$ rekursiv definierten Folge wird als die n-te Fibonacci-Zahl bezeichnet. Schreiben Sie F_{n+1}/F_n als Kettenbruch!

Zusatzaufgaben:

1.5. Wie man mit Zirkel und Lineal Streckenlängen addiert ist offensichtlich, aber wie funktionieren die weiteren Rechenoperationen?

(a) Gegeben sei eine Gerade und ein Punkt außerhalb der Geraden. Wie konstruiert man (nur mit Zirkel und Lineal) eine Parallele durch den gegebenen Punkt?

(b) Gegeben sei nun eine Strecke der Länge 1, sowie Strecken der Längen a und b. Konstruieren Sie (wiederum nur mit Zirkel und Lineal) eine Strecke der Länge ab. (Hinweis: Strahlensatz)

(c) Gegeben sei wiederum eine Strecke der Länge 1, sowie eine Strecke der Länge a. Konstruieren Sie (wiederum nur mit Zirkel und Lineal) eine Strecke der Länge $\sqrt{a}$. (Hinweis: Satz des Pythagoras, Höhensatz)

Hierzu nutze man einen idealen Zirkel und ein ideales Lineal mit den in der Vorlesung postulierten Eigenschaften. Es ist jeweils zu beweisen, dass die gefundene Konstruktion korrekt ist, also das gewünschte Resultat liefert.