

Prüfungsfragen zu PDE 2 — WS 2018/19

Hinweis: Die Reihenfolge der Fragen spiegelt nicht die Reihenfolge im Skript bzw. in der Vorlesung wieder. Einige der Fragen kombinieren Resultate verschiedener Kapitel. Die Fragen bauen jedoch inhaltlich aufeinander auf.

1. Was ist ein Gelfandtripel und welcher Zusammenhang besteht zwischen darauf definierten koerziven sesquilinearen Formen und Operatoren? Gebe mindestens zwei Beispiele zur Konstruktion abgeschlossener Operatoren in dieser Sprache an.
2. Welcher Zusammenhang besteht zwischen (stark stetigen) Operatorhalbgruppen und ihren Erzeugern? Wodurch sind Erzeuger von Kontraktionshalbgruppen charakterisiert?
3. Die Streutheorie von Lax und Phillips liefert kanonische Modelle für stark stetige Gruppen unitärer Operatoren. Wie werden diese konstruiert und an welcher Stelle gehen die gemachten Annahmen an die Operatorgruppen ein?
4. Wie kann diese Theorie genutzt werden, um Billiards auf Außengebieten zu verstehen? Was ist die Streuabbildung für ein solches Modell und was kann man über diese aussagen?
5. Welcher Zusammenhang besteht (a) auf solchen Billiards bzw. (b) im Allgemeinen zwischen der Lax–Phillips-Halbgruppe, ihrem Erzeuger und dem (lokalen) Verhalten der unitären Gruppe? Was sind Streupole?
6. Wie kann man die Translationsdarstellung der Lösungsgruppe der freien Wellengleichung auf dem \mathbb{R}^n , n ungerade, explizit konstruieren? Warum schränkt man sich dabei auf ungerade Raumdimensionen ein?
7. Wie erhält man Translationsdarstellungen für Lösungen der Wellengleichung auf einem (Kirchhoff-) Graphen? Was kann man damit über die zugeordnete Streumatrix aussagen?
8. Wie berechnet man Spektraldarstellungen für die unitären Lösungsgruppen der Wellengleichung (a) auf (Kirchhoff-) Graphen und (b) auf Außengebieten des \mathbb{R}^n ?
9. Auf \mathbb{R} betrachte man den Differentialoperator

$$-\partial^2 + V(x)$$

für ein kompakt getragenes reellwertiges Potential V . Was versteht man unter Jostlösungen? Welche Beziehungen bestehen zwischen Jostlösungen, Streumatrix und Potential? Wie kann (prinzipiell) aus dem Verhalten der Streumatrix das Potential V rekonstruieren?

10. Was versteht man unter Møller-Wellenoperatoren? Wie stehen diese im Zusammenhang mit Streuoperatoren? Wie zeigt man deren Existenz?
11. Was besagt der Satz von Kato–Rosenblum und wie beweist man diesen?