Universität Stuttgart
Fakultät Mathematik und Physik
Institut für Analysis, Dynamik und Modellierung

Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik II SS 2006

Aufgabe 1

(2P)

1. Finden Sie die Ableitung der Determinante

$$\begin{vmatrix} \sin x^2 & \cos x^2 \\ -\cos x^2 & \sin x^2 \end{vmatrix}.$$

2. Leiten Sie die Eigenwerte der Matrix

$$\begin{pmatrix} \sinh t & \cosh t \\ -\cosh t & \sinh t \end{pmatrix}$$

nach t ab.

Aufgabe 2

(2P) Die Funktion $y = f(x)$ sei durch die Parametrisierung

$$x = \sqrt[3]{1-\sqrt{t}}\,, \quad y = \sqrt{1-\sqrt[3]{t}}, \quad t \in [0,1]$$

gegeben. Berechnen Sie $f'(x)$.

Aufgabe 2

(2P) Sei

$$f(x) = x \sinh x\,.$$

Berechnen Sie $\frac{d^{100}}{dx^{100}} f(x)$.

Aufgabe 4

(2P) Beweisen Sie folgende Ungleichungen:

$$py^{p-1}(x-y) \le x^p - y^p \le px^{p-1}(x-y)\,, \quad 0 < y < x,\, p > 1\,,$$

$$|\arctan x - \arctan y| \le |x-y|\,.$$

Aufgabe 5

(3P) K und L seien zwei disjunkten Kugeln in $\mathbb{R}^3$ mit dem Radius R bzw. r, wobei $R > r$. Sei g die Gerade, welche die Mittelpunkte der beiden Kugeln verbindet. Im welchen Punkt x_0 auf der Gerade g muss eine Lichtquelle gestellt werden, damit die gesamte beleuchtete Oberfläche der Kugeln K und L maximal wird?