



Vortragsübung zur Vorlesung Höhere Mathematik II SS 2006

Aufgabe 1

1. Untersuchen Sie die durch

$$f_1(x) := \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}, \quad f_2(x) := \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

gegebenen Funktionen $f_1, f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ auf Stetigkeit im Punkt $x = 0$.

2. Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + \dots + b_1 x + b_0}, \quad a_n, b_m \neq 0.$$

Aufgabe 2

Sei $M \subset \mathbb{R}$ und $\varepsilon > 0$. Desweiteren sei $K_\varepsilon(M) := \{x \in \mathbb{R} : \forall a \in M |x - a| > \varepsilon\}$.
Zeigen Sie:

1. Ist M offen, so ist $K_\varepsilon(M)$ abgeschlossen.
2. Ist M abgeschlossen, so ist $K_\varepsilon(M)$ offen.