



Vortragsübung zur Vorlesung Höhere Mathematik II SS 2006

Aufgabe 1

Beweisen Sie mit Hilfe der $\epsilon - \delta$ Definition, daß die folgende Funktionen stetig sind:

a) $f(x) = x^3$, $x \in \mathbb{R}$; b) $f(x) = \sqrt{x}$, $x > 0$; c) $f(x) = \sin(x)$, $x \in \mathbb{R}$

Aufgabe 2

Untersuchen Sie die folgende Funktionen auf Stetigkeit. Welche Typen von Unstetigkeit treten auf?

a)

$$f(x) = \cos^2 \frac{1}{x}, \quad x \neq 0, \quad f(0) = 1$$

b)

$$f(x) = \frac{x^{2n} - 1}{x^{2m} + 1}$$

c) Bestimmen Sie den Definitionsbereich $D \subset \mathbb{R}$ der Funktion f und untersuchen Sie das Verhalten von f an den kritischen Punkten.

$$f(x) = \cos \sqrt{x} + \sqrt{\cos x}$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie folgende Funktionsgrenzwerte:

a) $\frac{x^n - 1}{x^m - 1}$, $n, m \in \mathbb{N}$

b) $x^2 - \sqrt{(x + 5x^2)}$

Aufgabe 4

Beweisen Sie die Existenz der Wurzel:

$$2^x = 4x$$