Vortragsübung zur Vorlesung Höhere Mathematik II SS 2006

Aufgabe 1

a) Formulieren Sie das Raabsche Kriterium und entscheiden Sie, für welche $x > 0$ folgende Reihen konvergieren:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(x+1)\cdots(x+n)}\,, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!\,x^n}{(x+a_1)(2x+a_2)\cdots(nx+a_n)}\,,$$

wobei $a_n > 0$ und $a_n \to a$ für $n \to \infty$.

b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$?

Aufgabe 2

Es sei M ein metrischer Raum und $d(\cdot,\cdot)$ eine Metrik auf M. Beweisen Sie, dass $\delta(x,y) := \dfrac{d(x,y)}{1+d(x,y)}$ wieder eine Metrik auf M definiert.