



Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik III

Aufgabe 1

1. (2P) Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}, \quad \int_{1/\pi}^{\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx.$$

2. (2P) Bestimmen Sie, für Werte von a das Integral

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \sin(bx) dx$$

konvergiert und berechnen Sie gegebenenfalls den Wert.

Aufgabe 2

(3P)

Entscheiden Sie, für welche $a \geq 0$ das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+|x|^a} \cos x dx$$

bedingt bzw. absolut konvergiert. Für welche a existiert dieses Integral im Sinne des Hauptwerts?

Aufgabe 3

1. (1P) Bestimmen Sie, für welche Werte des Exponenten $\alpha > 0$ das uneigentliche Integral

$$\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha}$$

konvergiert und berechnen Sie den Wert.

2. (2P) Betrachten Sie die Funktion $\frac{1}{x+x^4}$ und entscheiden Sie, ob und im welchen Sinne das Integral

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x+x^4} dx$$

existiert.

Aufgabe 4

(3P) Zeigen Sie, dass das uneigentliche Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$$

konvergiert und bestimmen Sie dessen Wert.