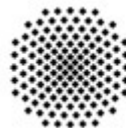


Fachdidaktik Mathematik an der Universität Stuttgart. Das neue Modul 1

Veronika Kollmann, SSDL Stuttgart
Dr. Peter Lesky, Universität Stuttgart



Universität Stuttgart

Modularisiertes Lehramt, Semester 1-5

LAAG I	LAAG II	Ana I	Ana II	Praxis-Semester
9 LP	9 LP	9 LP	9 LP	
			Numer 4 LP	
		Fachdidaktik I 3 LP + 3 LP		
			Pers. Komp. 1,2 3 LP + 3 LP	
Bildungswiss. Begleitstudium 3 LP + 3 LP + 3 LP + 3 LP				EPG 1 6 LP

OP

Modularisiertes Lehramt, ab Semester 6

Geometrie	Ana III	Algebra Zahlenth.	W-Theorie u. Statistik	Wiss. Arbeit	Referen- dariat
6 LP	9 LP	9 LP	9 LP		
Wahlmodule		Seminar			
9 LP + 9 LP		3 LP			
FD II					
4 LP					
		EPG 2			
		6 LP			

Modul 1 - Rahmenbedingungen

- Anmeldung: Uni
- Ort: Seminar
- Dozenten: G. Brüstle, B. Euler, V. Kollmann
(Seminar Stuttgart)
- Wintersemester: 14 Sitzungen (je 3 x 45 Min.)
- Sommersemester: 3 Sitzungen (je 3 x 45 Min.)

Ziele von Modul 1

Leitlinie: „Vom Inhalts- zum Vermittlungsaspekt“

- **Sensibilisierung** für den Unterschied zwischen dem Inhaltsaspekt und dem Vermittlungsaspekt

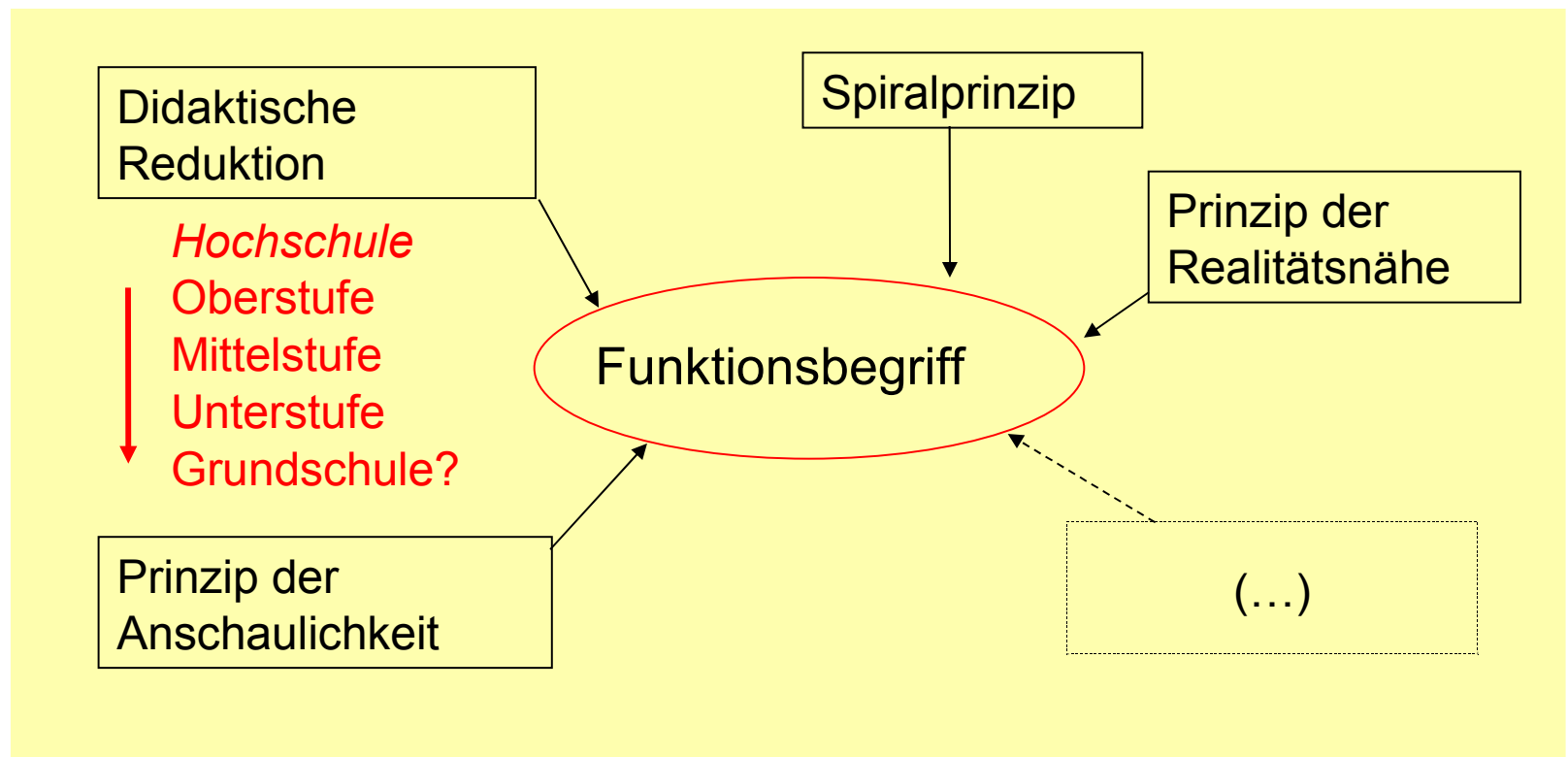
Perspektivwechsel: Vom „Mathe machen“ zum Reflektieren über das Lernen und Lehren von Mathematik.

Inhaltsaspekt	Vermittlungsaspekt
Wie lautet die Regel für die Teilbarkeit durch 9 ? Wie funktioniert sie? Wie sieht der Beweis für diese Regel aus? ...	Soll ich die Regel verraten oder kann / soll der Schüler die Regel selber entdecken? Gibt es eine leicht fassliche Begründung, eine richtig gute Erklärung? ...

Ziele von Modul 1

Leitlinie: „Vom Inhalts- zum Vermittlungsaspekt“

- **Kenntnis** von fachdidaktischen Prinzipien und Unterrichtskonzepten und ihre **Anwendung** auf zentrale Inhalte des MU



Ziele von Modul 1

Leitlinie: „Vom Inhalts- zum Vermittlungsaspekt“

- Erste **kritische Auseinandersetzung** mit Schulbuchdarstellungen

Benennen Sie die Elemente der didaktischen Reduktion bei der Einführung des Begriffs **Folgenkonvergenz** in vorliegenden Schulbüchern.

Untersuchen Sie den Abschnitt **Strahlensätze** in Bezug auf den Ansatz des lokalen Ordnens und die Umsetzung der Prinzipien didaktische Reduktion und Realitätsnähe.

Ziele von Modul 1

Leitlinie: „Vom Inhalts- zum Vermittlungsaspekt“

- **Kritische Reflexion** von Vorstellungen und Vorgehensweisen aus der eigenen Schulzeit.

Frage:

Welche Gründe sprechen für Konstruktionen mit Zirkel und Lineal?

Antwort der Studenten:

Konstruktionen mit Zirkel und Lineal sind besonders genau.

Ziele von Modul 1

Leitlinie: „Vom Inhalts- zum Vermittlungsaspekt“

- **Eigene Erfahrungen** beim Lernen (unbekannter) Inhalte der Schulmathematik machen und auswerten

- **Beweisen Sie den Satz vom Sehnenviereck und den Satz vom Umfangswinkel.**

- **Reflektieren Sie nun Ihre Beweise:**

- Formulieren Sie für jeden Satz die zentrale Beweisidee.
- Welche Beweistechniken konnten Sie anwenden?
- Entwickeln Sie ein Satznetz, das den Satz vom Sehnenviereck und den Satz vom Umfangswinkel enthält.

(...)

Ziele von Modul 1

Leitlinie: „Vom Inhalts- zum Vermittlungsaspekt“

- **Eigene Erfahrungen** beim Lernen (unbekannter) Inhalte der Schulmathematik machen und auswerten

Wie oft muss Lehrer Meier seine Schüler würfeln lassen, um mit ca. 95%-iger Sicherheit relative Häufigkeiten für das Würfeln der Augenzahl 6 zu bekommen, die um weniger als 1,5 Prozentpunkte von der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit abweichen?

- Beantworten Sie die Frage mit Hilfe der 2σ -Regel.
- Beantworten Sie die Frage mit Hilfe der Näherung durch das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz
- Diskutieren Sie den Unterschied der beiden Ergebnisse.

Ziele von Modul 1

Leitlinie: „Vom Inhalts- zum Vermittlungsaspekt“

- **Freude** am Betreiben und Vermitteln von Mathematik (weiter-) entwickeln

„Es ist mir noch heute rätselhaft, dass man herausbringt, was sechzig Millionen Menschen denken, wenn man zweitausend Menschen befragt.

Erklären kann ich das nicht. Es ist eben so.“

Dr. Elisabeth Noelle-Neumann (1916-2010),
Gründerin des Instituts für Demoskopie in Allensbach

Ziele von Modul 1

Leitlinie: „Vom Inhalts- zum Vermittlungsaspekt“

- Entwicklung von ersten „**Unterrichtsbausteinen**“
(Material für den Einsatz im Unterricht + didaktischer
Kommentar)

Planarbeit zum Thema Erwartungswert

Wiederholungsheft für die Klasse 10 zum Thema Gleichungen

Aufgabensammlung mit „echten“ Anwendungsproblemen

(...)

Themen der Sitzungen im WS 2011/12

- **Einführung** in die Fachdidaktik: Mathematik lernen und lehren
- **Didaktische Prinzipien** des MU (I): die didaktische Reduktion
- Didaktische Prinzipien des MU (II)
- **Didaktik der Geometrie** (I): Ziele des Geometrieunterrichts. Der Ansatz des lokalen Ordnens
- Didaktik der Geometrie (II): Beweisen geometrischer Sätze
- Didaktik der Geometrie (III): Ähnlichkeit, Strahlensätze
- Didaktik der Geometrie (IV): Konstruktionen; DGS; Spiegelungsketten

Themen der Sitzungen im WS 2011/12

- **Didaktik der Stochastik (I)**: Wahrscheinlichkeitsbegriff; Multiplikationssatz; Pfadregel
- **Didaktik der Stochastik (II)**: Erwartungswert; Binomialverteilung
- **Didaktik der Stochastik (III)**: Streuungsbegriff; Sigma-Regeln
- **Didaktik der Algebra (I)**: negative Zahlen
- **Didaktik der Algebra (II)**: Bruchzahlen; Teilbarkeit
- **Didaktik der Analysis (I)**: Funktionen; Ableitungsbegriff
- **Didaktik der Analysis (II)**: Integralbegriff; Hauptsatz

Klausur

Themen der Sitzungen im SS 2012

(Stand: März 2012)

1. Beispiele für Unterrichtsbausteine

Hausaufgabe: Unterrichtsbausteine entwickeln (in Gruppen)

1. | Präsentation und Diskussion der Unterrichtsbausteine
2. | durch die Studenten

Ablauf der wöchentlichen Einzelveranstaltungen im WS 2011/2012

I. **Vortrag** (ca. 60 Min.) mit „Auflockerungen“

Aktivierung der Studenten durch kleinere Arbeitsaufträge, „Murmelphasen“ und Diskussionen

II. **Übungsphase zur Anwendung und Vertiefung** (ca. 75 Min)

- eigenständige Erarbeitung von Aufgaben und Themen
- verschiedene Methoden aus dem Schulunterricht (Gruppenpuzzle, Planarbeit, Lernen an Stationen, ...)
- Abschluss: Vorstellung, Diskussion und Vertiefung der Ergebnisse oder Vergleich mit vorgeschlagenen Lösungshinweisen

Nachbereitung (Hausaufgabe; zum Teil mit Abgabe und Rückmeldung)

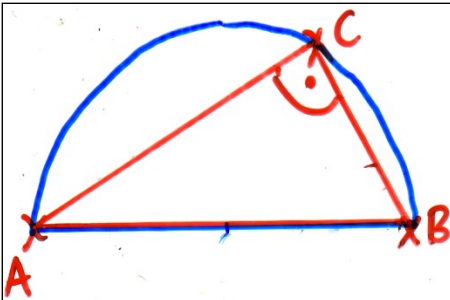
- Skript zum Vortrag durcharbeiten und ggf. weitere Literatur
- weitere Aufgaben zur Anwendung und Vertiefung

Beispiel Einzelveranstaltung: Didaktik der Geometrie 1

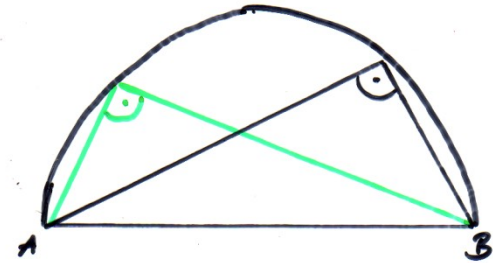
- **Einstiegsaufgabe** (15 Min)

Formulieren und beweisen Sie den Satz des Thales.
Erstellen Sie eine Satzfigur.

Vorschläge der Studenten:



Jedes Dreieck, das sich in einem Halbkreis einschließen lässt, ist ein rechtwinkliges.



Verbindet man die Enden eines Halbkreises und einen beliebigen Punkt C auf dem Halbkreis zu einem Dreieck, so hat das Dreieck am dritten Punkt C einen rechten Winkel.

Warum steht der Satz des Thales in jedem Geometriebuch der Mittelstufe?

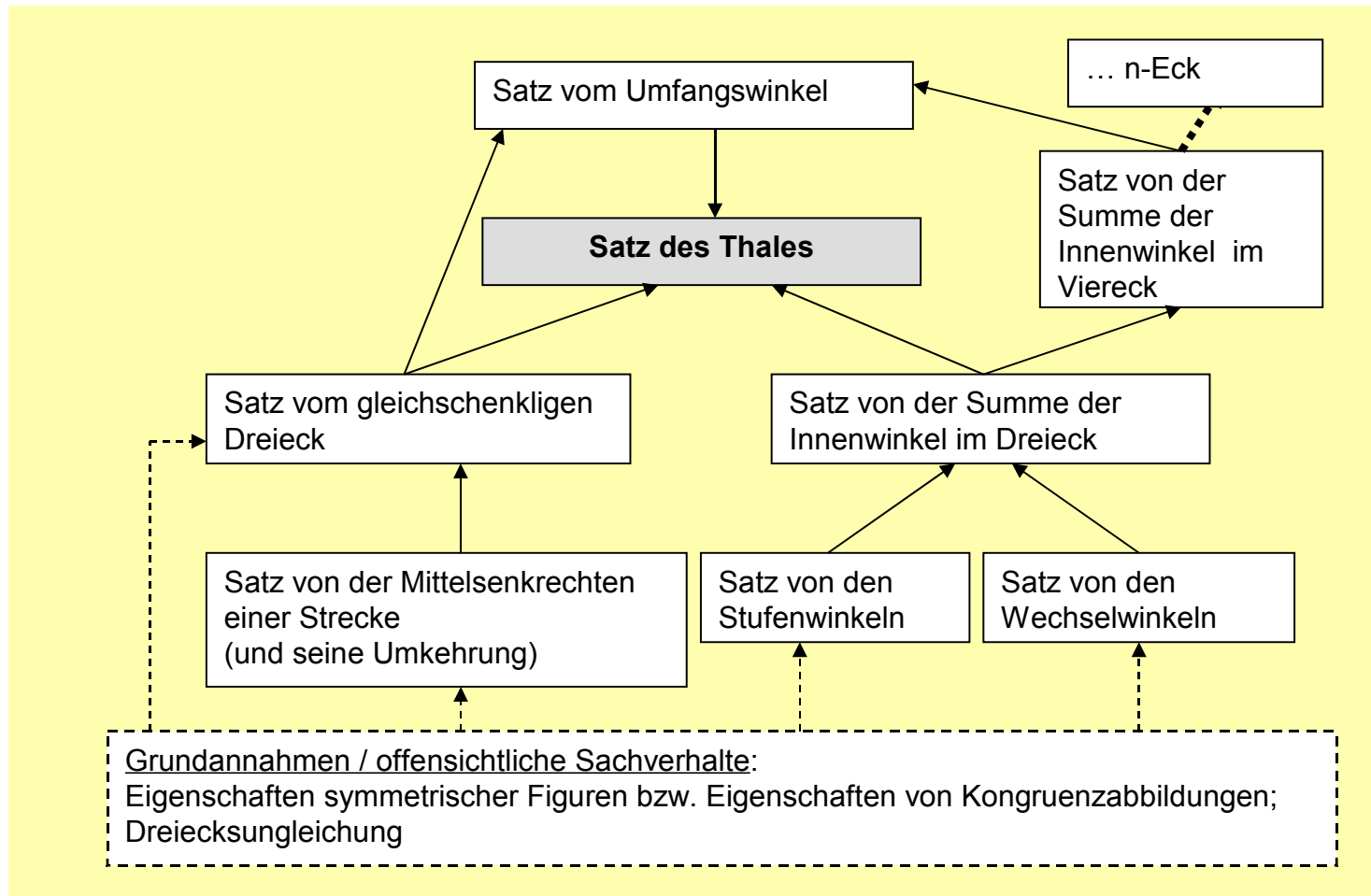
Beispiel Einzelveranstaltung: Didaktik der Geometrie 1

- **Vortrag** (ca. 50 Min)
- **Zielsetzungen des Geometrieunterrichts**
allgemeingültigen Aussagen erkennen und verstehen,
das Begründen und Problemlösen lernen,
das schlussfolgernde Denken in Zusammenhängen entwickeln,
(...)
- Der **Ansatz des lokalen Ordners** in der Schule
(versus axiomatischer Aufbau an der Hochschule)

„Man analysiert die geometrischen Begriffe und Beziehungen bis zu (...) dem Punkte, wo man von den Begriffen mit bloßem Auge sieht, was sie bedeuten, und von den Sätzen, dass sie wahr sind. So rätsoniert man immer in der Geometrie unseres Lebensraums; niemals aus Axiomen (...). Das Feld wird auf kleine oder größere Strecken, aber nicht als Ganzes geordnet.“ (Hans Freudenthal, 1973)

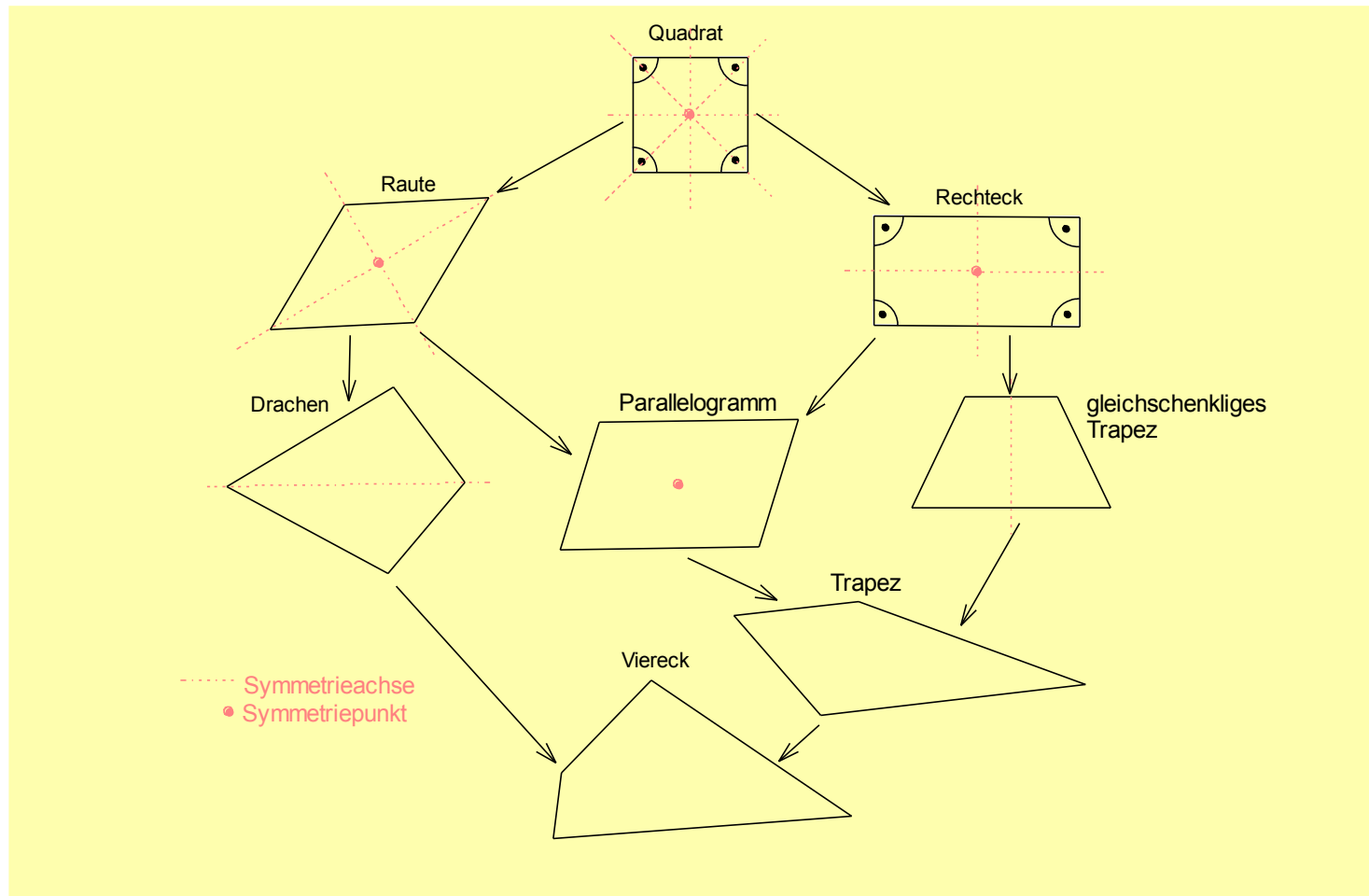
Beispiel Einzelveranstaltung: Didaktik der Geometrie 1

- **Beispiel 1 für den Ansatz des lokalen Ordners:**
Satznetz zum Thalesatz



Beispiel Einzelveranstaltung: Didaktik der Geometrie 1

- **Beispiel 2 für den Ansatz des lokalen Ordners:**
Das Haus der Vierecke



Beispiel Einzelveranstaltung: Didaktik der Geometrie 1

- **Beispiel 3 für den Ansatz des lokalen Ordners:**
Parallelgrammdefinitionen; Sätze am Parallelogramm

Ein Parallelogramm ist ein Viereck mit vielen besonderen Eigenschaften:

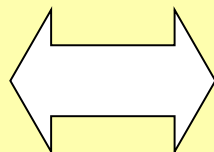
- Gegenüberliegende Seiten sind gleich lang.
- Zwei Paare gleich großer Winkel.
- Gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.
- Benachbarte Winkel ergänzen sich auf 180° .
- Gegenüberliegende Seiten sind parallel.
- Die Diagonalen halbieren sich.
- Eine Diagonale halbiert die andere.
- Eine Diagonale halbiert den Flächeninhalt.
- Das Viereck ist punktsymmetrisch. (...)

Welche Eigenschaften sind definierend?

Beispiel Einzelveranstaltung: Didaktik der Geometrie 1

- **Beispiel 3 für den Ansatz des lokalen Ordners:**
Parallelogrammdefinitionen; Sätze am Parallelogramm

Ein Viereck, in dem die **gegenüberliegenden Seiten parallel** sind, heißt Parallelogramm.



Ein Viereck, in dem die **gegenüberliegenden Seiten gleich lang** sind, heißt Parallelogramm.

Beispiel Einzelveranstaltung: Didaktik der Geometrie 1

- **Übungen zur Vertiefung** (ca. 60 Min):

Gruppenarbeit an drei Themen

B. Sätze rund um die Mittelsenkrechte einer Strecke

C. Sätze rund um die Winkelhalbierende eines Winkels

D. Winkelsummensätze

Präsentation der Ergebnisse auf Plakaten

Methode: „Markt der Möglichkeiten“

Beispiel Einzelveranstaltung: Didaktik der Geometrie 1

Aufgaben der Gruppe A: Mittelsenkrechte einer Strecke

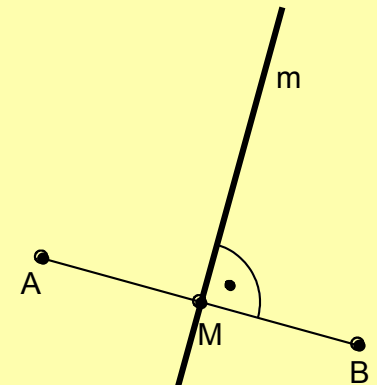
- Nebenstehende Zeichnung zeigt die Mittelsenkrechte m einer Strecke AB .

Definieren Sie die Mittelsenkrechte einer Strecke.

- Satz von der Mittelsenkrechten einer Strecke AB :
Wenn ein Punkt P auf der Mittelsenkrechten einer Strecke AB liegt, dann ist er von den Punkten A und B gleich weit entfernt.

Kehrsatz des Satzes von der Mittelsenkrechten einer Strecke AB :
(...)

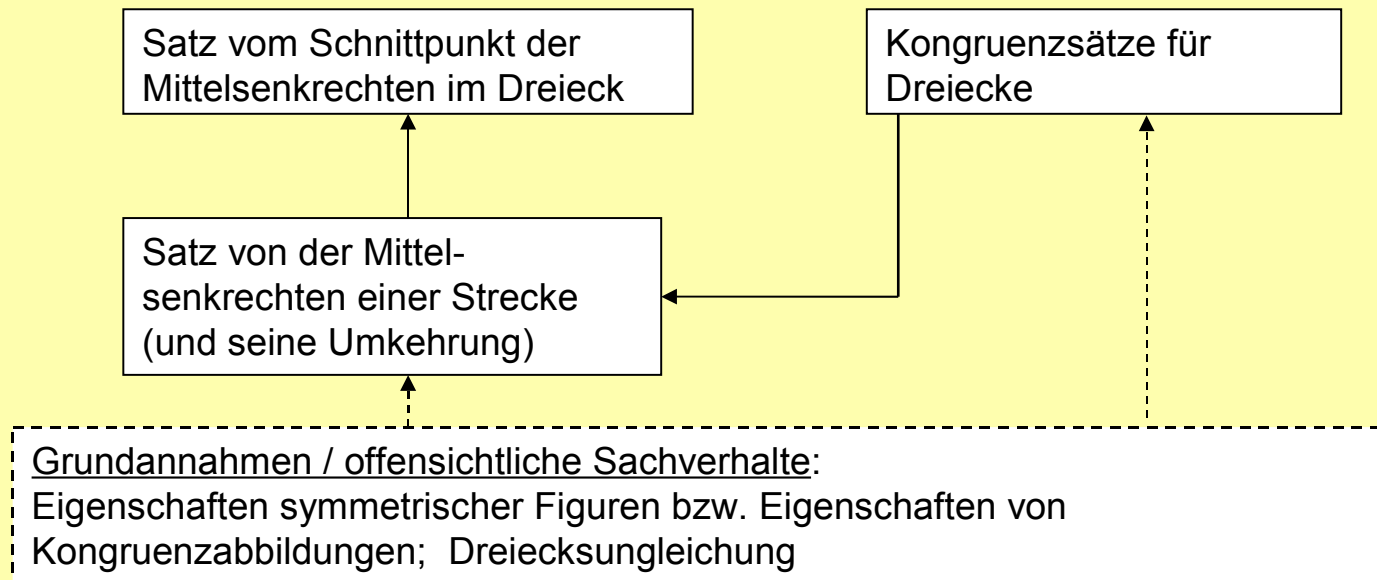
Veranschaulichen Sie den Satz von der Mittelsenkrechten einer Strecke und seine Umkehrung durch geeignete Zeichnungen.



Beispiel Einzelveranstaltung: Didaktik der Geometrie 1

Aufgaben der Gruppe A: Mittelsenkrechte einer Strecke

- **Begründen** Sie diesen Satz mithilfe von Symmetrieargumenten.
 - **Beweisen** Sie den Kehrsatz mithilfe der Dreiecksungleichung, in dem Sie die Kontraposition des Kehrsatzes beweisen.
- (...)



Erfahrungen: Teilnehmerzahlen

Immatrikulationszahl 2010/11	146
Immatrikulationszahl 2011	112
Immatrikulationszahl 2011/12	83
Anmeldungen	67
Klausurteilnehmer	61 (+1)
Bestanden	48

Erfahrungen: Evaluation

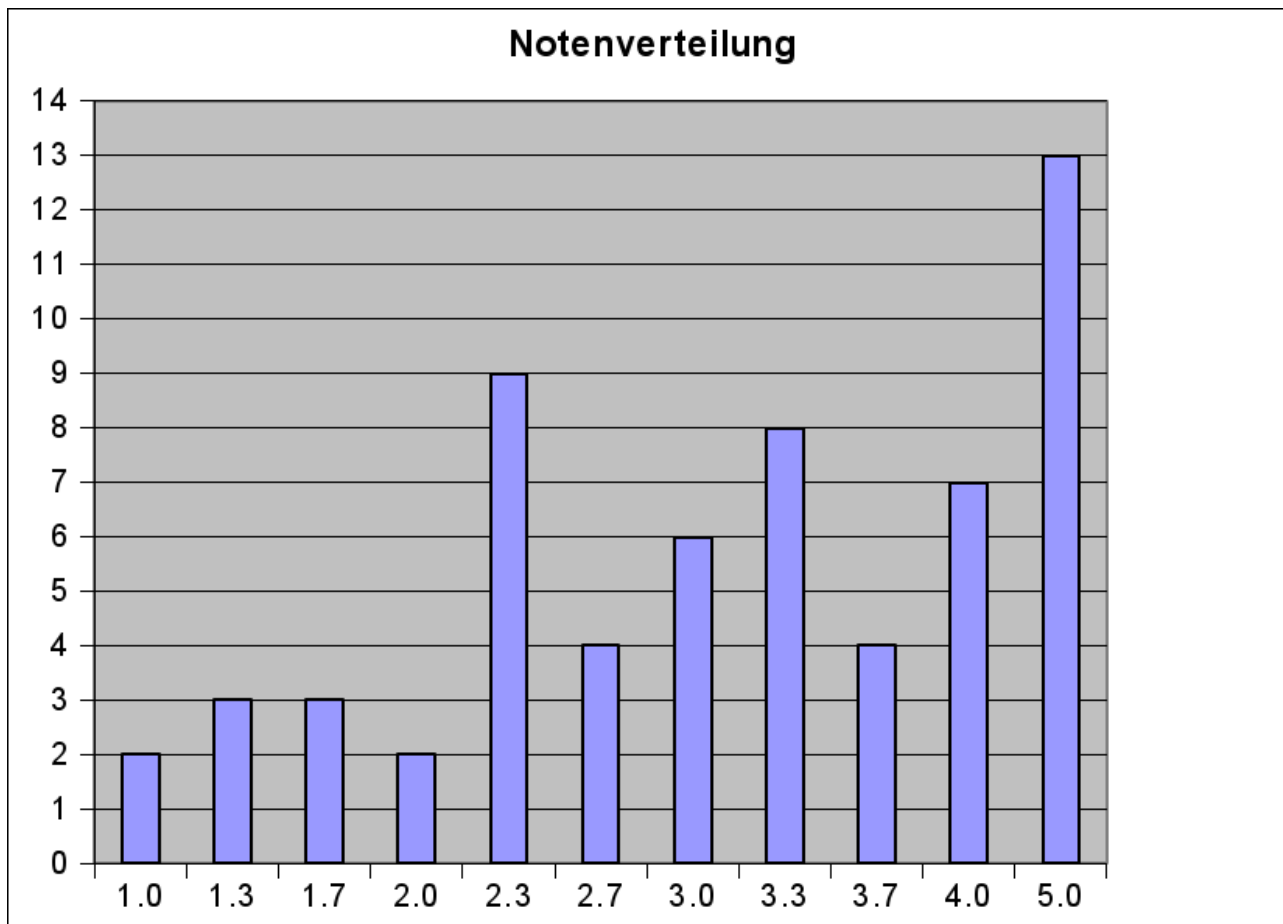
Auszug aus dem Evaluationsbogen

Skala: 1 (trifft nicht zu) - 6 (trifft vollständig zu)

Das Fachdidaktik Modul hilft mir, Inhalte der Schulmathematik besser zu verstehen	5,27
Die exemplarische Anwendung verschiedener Methoden in den Sitzungen halte ich für sinnvoll	4,90
In den Sitzungen habe ich Gelegenheit zum Fragen und Diskutieren	5.39
Ich habe die Hausaufgaben regelmäßig erledigt	4,90

Erfahrungen: Klausur

90 Minuten, ohne Hilfsmittel, Bestehensquote 79%



Erfahrungen: Klausur

Durchschnittlich erreichte Punktzahl gesamte Klausur: 47,2%

Aufgabe: Das EIS-Prinzip

Was versteht man unter dem EIS-Prinzip?

Erläutern Sie am Beispiel des Flächeninhalts eines Zylindermantels.

Durchschnittlich erreichte Punktzahl: 83%

Aufgabe: Problemorientierung

- a) Nennen Sie Gründe für das didaktische Prinzip der Problemorientierung.
- b) Skizzieren Sie einen problemorientierten Einstieg in das Thema „Strahlensätze“.

Durchschnittlich erreichte Punktzahl: 63%

Erfahrungen: Klausur

Durchschnittlich erreichte Punktzahl gesamte Klausur: 47,2%

Aufgabe: Multiplikation ganzer Zahlen

Welche Gründe sprechen bei der Konstruktion der ganzen aus den natürlichen Zahlen dagegen, die Multiplikation über die Vertreter der betreffenden Klassen so zu definieren?

$$(a ; s) \bullet (b ; t) := (a \cdot b ; s \cdot t)$$

Durchschnittlich erreichte Punktzahl: 21%

Aufgabe: Relative Häufigkeit - Wahrscheinlichkeit

Erläutern Sie die Beziehung zwischen dem Begriff der relativen Häufigkeit und dem frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff.

Durchschnittlich erreichte Punktzahl: 30%

Vorläufige Einschätzung

- Gesamtkonzept schlüssig
- Beteiligung erfreulich
- Evaluation positiv
- Alle grundlegenden Themen der Schulmathematik thematisiert
- Zeitlicher Rahmen sehr knapp
- Praxissemester wird's zeigen